Vorlesung: Experimentalphysik I

Prüfungsvorbereitende Übungen: Experimentalphysik I

Unterrichtsfach: Rechenbeispiele zu Experimentalphysik I

Experimentalphysik I

0. Einleitung

1. Grundlagen der Mechanik:
Messen, Messgrößen, Einheiten, Kinematik, Kraft und Bewegung

2. Starre Körper
Mechanik des starren Körpers usw.

3. Mechanik deformierbarer Körper und Fluide:
Spannung, Dehnung, Hookesches Gesetz, Viskosität usw.

4. Schwingungen und Wellen:
Gedämpfte und ungedämpfte Schwingungen, mechanische Wellen, Wellenausbreitung usw.

5. Statistische Physik und Thermodynamik:
Maxwell-Boltzmann-Verteilung, Transportprozesse, Wärme und Temperatur, Hauptsätze usw.

0. Einleitung

φυσιζ Ursprung, Naturordnung, Naturlehre, das Geschaffene.
Entmythologisierung der Natur, Gegensatz zur Metaphysik

Übergang von Naturbeobachtung (Phänomenologie) auf quantifizierbare und wiederholbare Experimente.

Das Experiment ist eine quantifizierbare Naturbeobachtung unter *definierten Bedingungen*. Es ist daher *wiederholbar*.

Die heutige Physik basiert auf **Experiment und Theorie**.

Die theoretische Beschreibung physikalischer Vorgänge ist *immer* nur die Beschreibung eines Modells, *nie* die der Wirklichkeit selbst.

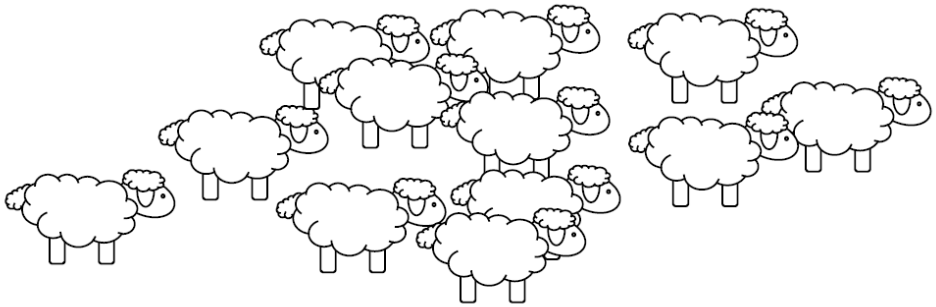
Geschichte: Lange Zeit war die Physik Teilgebiet der Philosophie, z.B. Naturphilosophie,
Feuer, Erde, Wasser, Luft

Im 16./17. Jahrhundert Entwicklung methodischer Vorgangsweise (Galileo, Newton, …) und
physikalischer Experimente

0. Einleitung

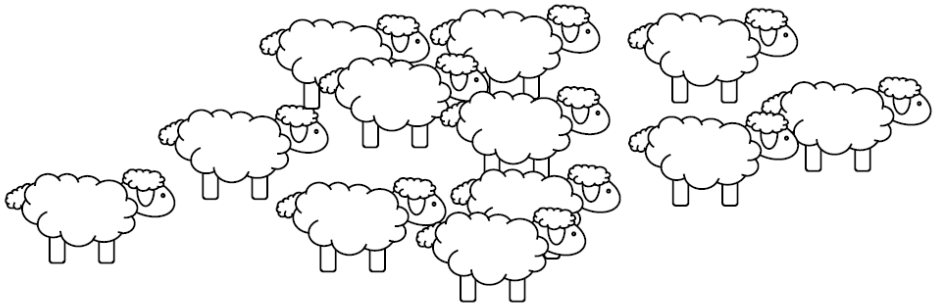
Sir Karl Popper: Wissenschaftliche Theorien sind Hypothesen, sie müssen falsifizierbar sein und gelten, solange sie nicht falsifiziert werden

Frage: Welche Farbe haben Schafe?

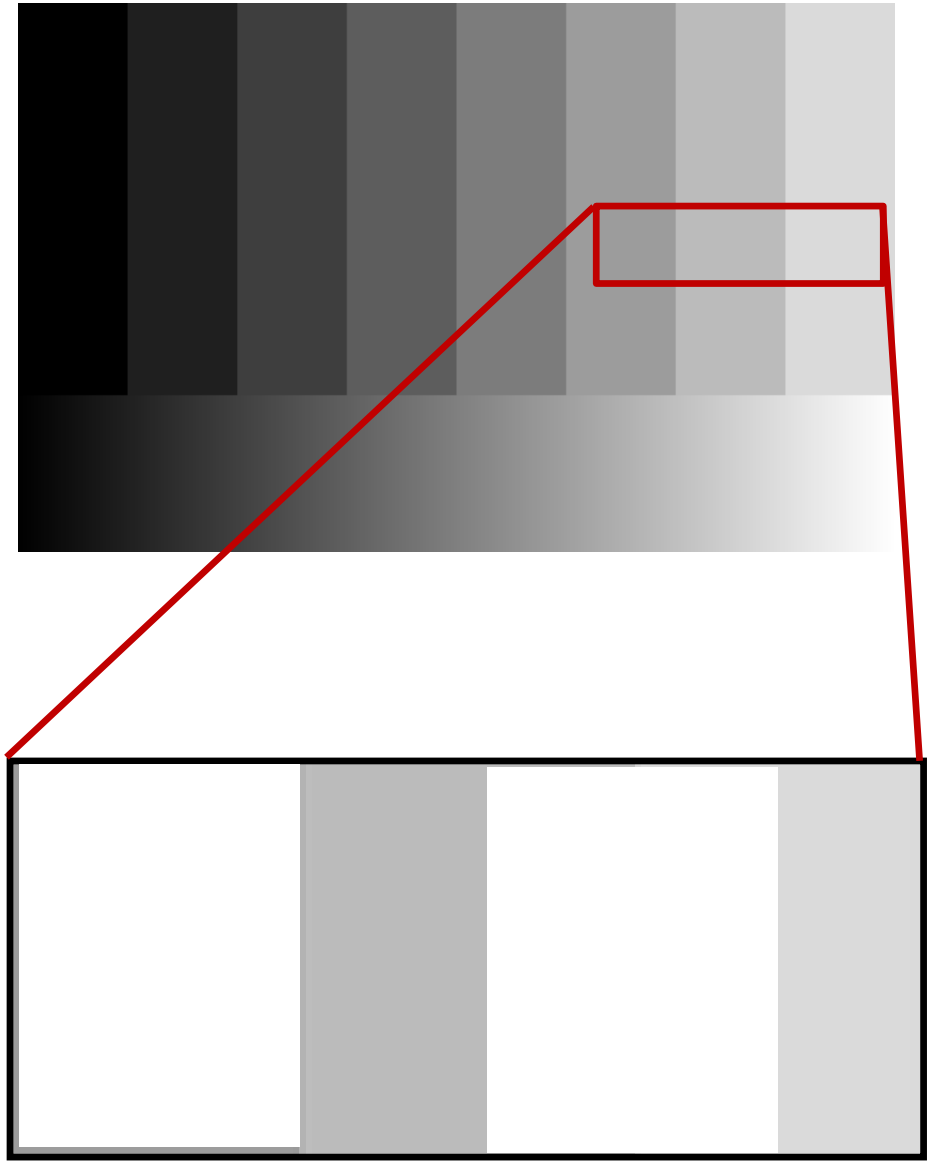


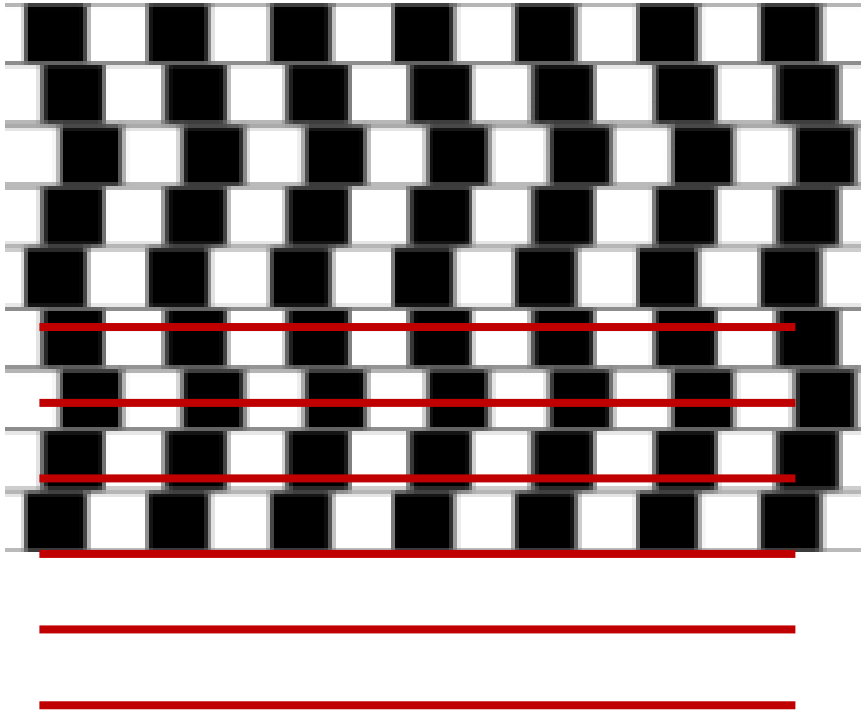
Antwort: Nach Untersuchung von 12 Schafen: Schafe sind weiß.

Aber: Verifizierung auch durch viele Tests niemals vollständig möglich.



Denn: Ein Gegenbeispiel führt zur Falsifizierung und widerlegt die Weiße-Schafe-Theorie.





Wir brauchen gute Messgeräte!

0. Einleitung

Beispiele für falsifizierte Theorien:

Newtonsche Mechanik – relativistische Mechanik.
Kritisches Experiment: z.B. Michelson-Morley Experiment.
Die Gültigkeit der früheren Theorie blieb erhalten, nur die Grenzen ihrer Anwendbarkeit wurden neu gesteckt. Die Newtonsche Mechanik gilt für $v \ll c$.

Licht als Welle bzw. Licht als Teilchen.
Kritisches Experiment: z.B. Photoeffekt.

Idealisierungen/Vereinfachungen:

Experiment: fallende Körper im Vakuum
Galilei: Alle Körper fallen gleich schnell, Luft ist Zusatzhypothese – ist aber Verbesserung der Vorhersagefähigkeit (das Fallen wurde auch durch Aristoteles erklärt, alle Körper streben ihrem natürlichen Ort zu)

Die Grenzen zur **ästhetischen Theorie** und Philosophie sind manchmal fließend,
so wird die elegantere/einfachere Theorie bevorzugt – sofern
nicht ein Experiment eine Theorie mehr unterstützt.

1. Grundlagen der Mechanik: Messen, Messgrößen, Einheiten, Messgenauigkeit, Messfehler, Statistik

Name	Zeichen	Größe
das Meter	m	Länge (*length*)
das Kilogramm	kg	Masse (*mass*)
die Sekunde	s	Zeit (*time*)
das Ampere	A	elektrische Stromstärke (*electrical current*)
das Kelvin	K	thermodynamische Temperatur (*thermodynamic temperature*)
das Mol	mol	Stoffmenge (*amount of substance*)
die Candela	cd	Lichtstärke (*luminous intensity*)

1 Sekunde ist das 9.192.631.770-fache der Periodendauer des Übergangs zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes von Atomen des Nuklids ^{133}Cs entsprechenden Strahlung.

1 Meter ist die Länge jener Strecke, die Licht im Vakuum während der Dauer von 1/299.792.458 Sekunden durchläuft.

1 Kilogramm ist die Masse des internationalen Kilogrammprototyps.

1 Kelvin ist der 273,16-te Teil der thermodynamischen Tripelpunkttemperatur des Wassers.

1 Mol ist die Stoffmenge eines Systems, das aus ebenso vielen Teilchen besteht, wie Atome in 12 g des Nuklids ^{12}C enthalten sind.

1 Ampere ist die Stärke eines konstanten elektrischen Stromes, der durch zwei in Vakuum parallel im Abstand 1 m angeordnete, geradlinige, unendlich lange Leiter fließt und eine Kraft von 2×10^{-7} N hervorruft.

1 Candela ist die Lichtstärke, welche eine monochromatische Strahlungsquelle der Wellenlänge 555 nm (grün) mit einer Leistung von 1/683 Watt pro Steradiant aussendet.

SI-Basiseinheiten

Système Internationale d'Unités

Elektromechanisches Wärmeäquivalent

Gekoppelt sind die Größen z.B. an der Energie – diese ist immer eine sehr fundamentale Größe

1 J = 1 Nm = 1 Ws

Einheit der Wärmeenergie: Joule
Einheit der mechanischen Energie: Newtonmeter
Einheit der elektrischen Energie: Wattsekunde

abgeleitete Einheiten

Système Internationale d'Unités

Name	Zeichen	Größe
der Radiant	rad	ebener Winkel (*plane angle*)
der Steradiant	sr	Raumwinkel (*solid angle*)
das Hertz	Hz	Frequenz (*frequency*)
das Newton	N	Kraft (*force*)
das Pascal	Pa	Druck (*pressure*)
das Joule	J	Arbeit, Energie, Wärmemenge (*work*, *energy*, *quantity of heat*)
das Watt	W	Leistung (*power*)
das Coulomb	C	Elektrizitätsmenge (*electric charge*)
das Volt	V	elektrische Spannung (*electric voltage)*
das Farad	F	elektrische Kapazität (*capacitance*)
das Ohm	Ω	elektrischer Widerstand (*resistance*)
das Siemens	S	elektrischer Leitwert (*conductance*)
das Weber	Wb	magnetischer Fluss (*magnetic flux*)
das Tesla	T	magnetische Flussdichte (*magnetic flux density*)
das Henry	H	Induktivität (*inductance*)
der Grad Celsius	°C	Celsius-Temperatur
das Lumen	lm	Lichtstrom (*luminous flux*)
das Lux	lx	Beleuchtungsstärke (*illuminance*)
das Bequerel	Bq	Aktivität eines Radionuklids (*activity*)
das Gray	Gy	Energiedosis (*absorbed dose*)
das Sievert	Sv	Äquivalentdosis (*dose equivalent*)

Zeit

in Sekunden

	10^{20}	Lebensdauer des Elektrons > 10^{32} a ↑
10^{10} a	10^{15}	Alter des Universums Alter der Erde Leben auf der Erde beginnt Dinosaurier
10^{5} a		Menschheit
1 a	10^{10}	Lebensdauer Eiche Lebensdauer Mensch Lebensdauer Maus
min	10^{5}	Lebensdauer Eintagsfliege
ms	1	Herzschlag
µs	10^{-5}	Flugmuskelkontraktion der Fliege Periode Radiowellen
ns	10^{-10}	Periode Mikrowellen
ps		
fs	10^{-15}	Periode Licht
	10^{-20}	Lichtweg durch Atom
	10^{-25}	Lichtweg durch Atomkern

Zeit

SI Einheit: Sekunde [s]

1 Sekunde ist das 9.192.631.770-fache der Periodendauer des Übergangs zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes von Atomen des Nuklids ^{133}Cs entsprechenden Strahlung.

Zehnerpotenzen

10^{15}	Peta (P)	10^{-1}	Dezi (d)
10^{12}	Tera (T)	10^{-2}	Zenti (c)
10^{9}	Giga (G)	10^{-3}	Milli (m)
10^{6}	Mega (M)	10^{-6}	Mikro (µ)
10^{3}	Kilo (k)	10^{-9}	Nano (n)
10^{2}	Hekto (h)	10^{-12}	Pico (p)
10^{1}	Deka (da)	10^{-15}	Femto (f)
		10^{-18}	Atto (a)

Länge

in Meter

	10^{30}	
		Radius des Weltalls
	10^{25}	Entfernteste Galaxien
	10^{20}	
Parsec		
Lichtjahr	10^{15}	
		Entfernung Erde-Sonne
	10^{10}	Entfernung Erde-Mond
		Erdradius
	10^{5}	
km		Neutronenstern hohe Berge
m	1	Mensch
mm		Zelle
µm	10^{-5}	
		Viren
nm		
Å	10^{-10}	
pm		Atomkern
fm	10^{-15}	Elektron

Länge

SI Einheit: Meter [m]

1 Meter ist die Länge jener Strecke, die Licht im Vakuum während der Dauer von 1/299.792.458 Sekunden durchläuft.

Früher: Länge des Ur-Meters in Paris

Zehnerpotenzen

10^{15}	Peta (P)	10^{-1}	Dezi (d)
10^{12}	Tera (T)	10^{-2}	Zenti (c)
10^{9}	Giga (G)	10^{-3}	Milli (m)
10^{6}	Mega (M)	10^{-6}	Mikro (µ)
10^{3}	Kilo (k)	10^{-9}	Nano (n)
10^{2}	Hekto (h)	10^{-12}	Piko (p)
10^{1}	Deka (da)	10^{-15}	Femto (f)
		10^{-18}	Atto (a)

Masse

in Kilogramm

	10^{60}	
		Weltall
	10^{50}	
		Milchstraße
	10^{40}	
	10^{30}	Sonne
		Jupiter
		Erde
	10^{20}	
Mt	10^{10}	
		Blauwal
t		Mensch
kg	1	
g		Spitzmaus
mg		Getreidekorn
µg	10^{-10}	
pg		Viren
	10^{-20}	
		Atomkern
	10^{-30}	Elektron

Masse

Definition bis Mai 2019

SI-Einheit: Kilogramm [kg]

1 Kilogramm ist die Masse des internationalen Kilogrammprototyps.

Bislang konnte noch keine Methode definiert werden, die praktisch nutzbar ist und deren Genauigkeit die des Pariser Kilogramm-Prototyps heranreicht. Dies wird aber aktuell intensiv diskutiert.

Zehnerpotenzen

10^{15}	Peta (P)	10^{-1}	Dezi (d)
10^{12}	Tera (T)	10^{-2}	Zenti (c)
10^{9}	Giga (G)	10^{-3}	Milli (m)
10^{6}	Mega (M)	10^{-6}	Mikro (µ)
10^{3}	Kilo (k)	10^{-9}	Nano (n)
10^{2}	Hekto (h)	10^{-12}	Pico (p)
10^{1}	Deka (da)	10^{-15}	Femto (f)
		10^{-18}	Atto (a)

Masse

in Kilogramm

	10^{60}	
		Weltall
	10^{50}	
		Milchstraße
	10^{40}	
	10^{30}	Sonne
		Jupiter
		Erde
	10^{20}	
Mt	10^{10}	
		Blauwal
t		Mensch
kg	1	
g		Spitzmaus
mg		Getreidekorn
µg	10^{-10}	
pg		Viren
	10^{-20}	
		Atomkern
	10^{-30}	Elektron

Masse

Definition ab Mai 2019

SI-Einheit: Kilogramm [kg]

Messung mittels **Watt-Waage**

m = (U I) / (g v)

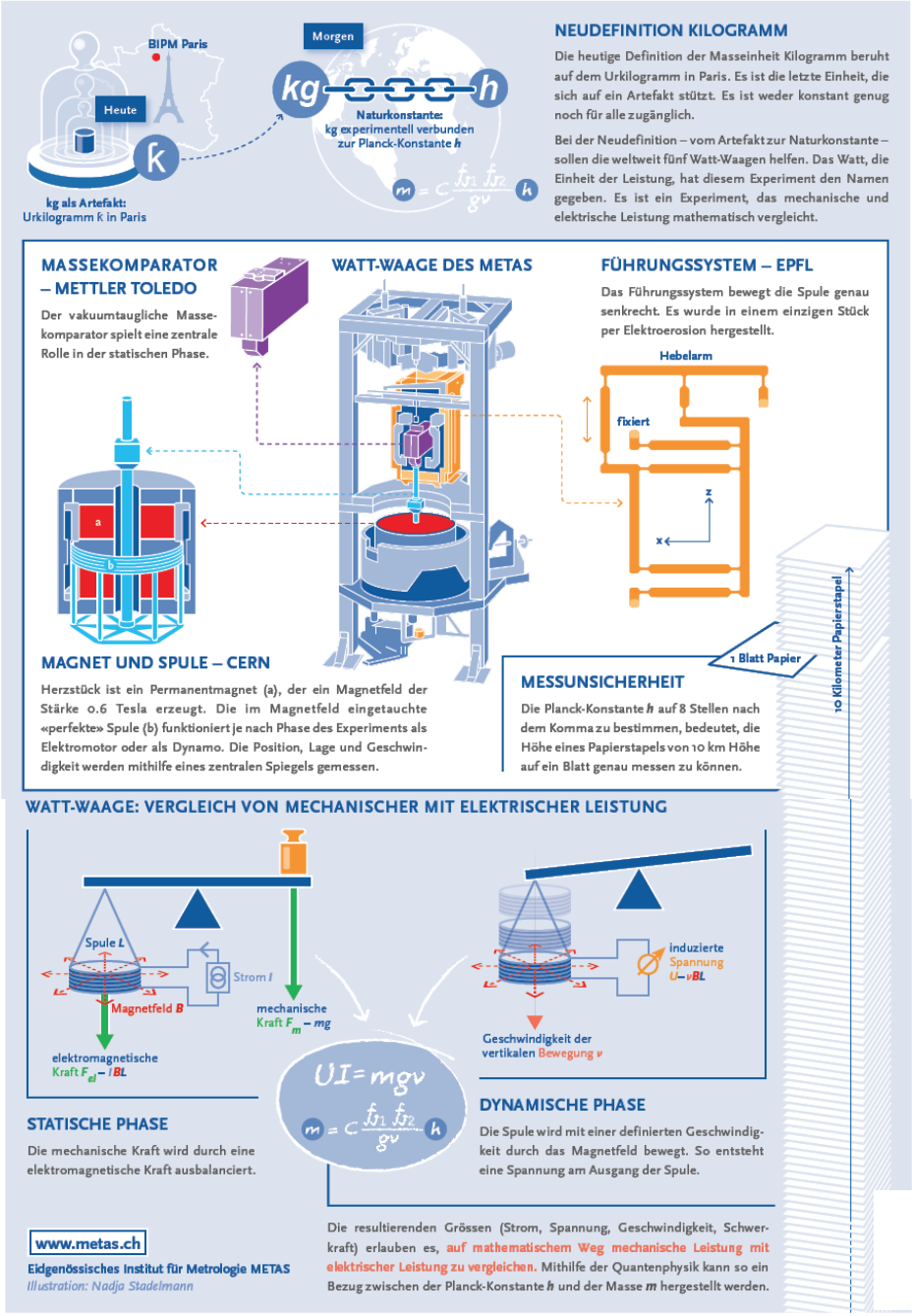
https://www.scienceinschool.org › issue25_metrology_balance_german

U und I werden aus Quanteneffekten bestimmt

Zehnerpotenzen

10^{15}	Peta (P)	10^{-1}	Dezi (d)
10^{12}	Tera (T)	10^{-2}	Zenti (c)
10^{9}	Giga (G)	10^{-3}	Milli (m)
10^{6}	Mega (M)	10^{-6}	Mikro (µ)
10^{3}	Kilo (k)	10^{-9}	Nano (n)
10^{2}	Hekto (h)	10^{-12}	Pico (p)
10^{1}	Deka (da)	10^{-15}	Femto (f)
		10^{-18}	Atto (a)

Wie die Watt-Waage funktioniert



Messung statisch (Lorentzkraft) und dynamisch (Induktionsgesetz): magnetische Flussdichte B und Länge des Spulendrahts L kürzen sich raus.
(PTB-Mitteilungen 126 (2016), Heft 2)

$$mg = IBL \qquad \text{statisch}$$

$$U = BLv \qquad \text{dynamisch}$$

$$\frac{U}{v} = \frac{mg}{I} \quad \text{bzw.} \quad UI = mgv$$

Einheit: Watt, daher „Wattwaage“

Nächster Schritt: definierte Naturkonstanten, kombiniert mit Messung von Quanteneffekten (am genauesten definiert)

https://nanopdf.com/download/wie-die-watt-waage-funktioniert-eidgenssisches-institut-fr_pdf

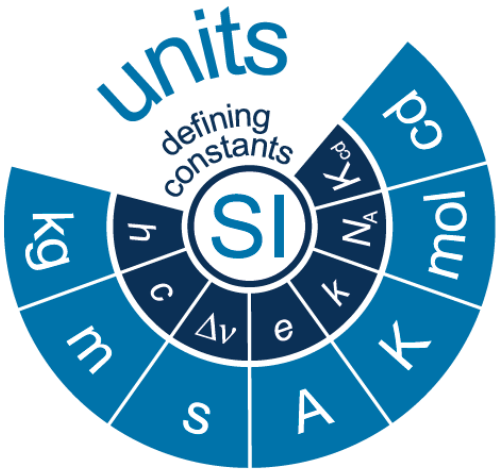
Neudefinition SI-Einheiten

https://www.ptb.de/cms/forschung-entwicklung/forschung-zum-neuen-si.html

Das neue Internationale Einheitensystem (SI)

https://www.bipm.org/en/measurement-units/ und https://www.bipm.org/en/publications/si-brochure/

- Frequenz des **Hyperfeinstrukturübergangs** des Grundzustands im ^{133}Cs-Atom
  $\Delta\nu = 9\,192\,631\,770\ \mathrm{s}^{-1}$
- **Lichtgeschwindigkeit** im Vakuum
  $c = 299\,792\,458\ \mathrm{m\ s}^{-1}$
- **Planck-Konstante**
  $h = 6{,}626\,070\,15 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J\ s}\ (\mathrm{J\ s} = \mathrm{kg\ m}^2\ \mathrm{s}^{-1})$
- **Elementarladung**
  $e = 1{,}602\,176\,634 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}\ (\mathrm{C} = \mathrm{A\ s})$
- **Boltzmann-Konstante**
  $k = 1{,}380\,649 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{J\ K}^{-1}\ (\mathrm{J\ K}^{-1} = \mathrm{kg\ m}^2\ \mathrm{s}^{-2}\ \mathrm{K}^{-1})$
- **Avogadro-Konstante**
  $N_A = 6{,}022\,140\,76 \cdot 10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1}$
- Das **Photometrische Strahlungsäquivalent** K_{cd} einer monochromatischen Strahlung der Frequenz $540 \cdot 10^{12}$ Hz ist genau gleich 683 Lumen durch Watt.



Sekunde (s)
$1\ \mathrm{s} = 9\,192\,631\,770/\Delta\nu$

Meter (m)
$1\ \mathrm{m} = (c/299\,792\,458)\ \mathrm{s} = 30{,}663\,318\ldots\ c/\Delta\nu$

Kilogramm (kg)
$1\ \mathrm{kg} = (h/6{,}626\,070\,15 \cdot 10^{-34})\ \mathrm{m}^{-2}\ \mathrm{s} = 1{,}475\,521\ldots \cdot 10^{40}\ h\ \Delta\nu/c^2$

Ampere (A)
$1\ \mathrm{A} = e/(1{,}602\,176\,634 \cdot 10^{-19})\ \mathrm{s}^{-1} = 6{,}789\,686\ldots \cdot 10^{8}\ \Delta\nu\ e$

Kelvin (K)
$1\ \mathrm{K} = (1{,}380\,649 \cdot 10^{-23}/k)\ \mathrm{kg\ m}^2\ \mathrm{s}^{-2} = 2{,}266\,665\ldots\ \Delta\nu\ h/k$

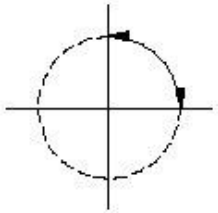
Mol (mol)
$1\ \mathrm{mol} = 6{,}022\,140\,76 \cdot 10^{23}/N_A$

Candela (cd)
$1\ \mathrm{cd} = (K_{cd}/683)\ \mathrm{kg\ m}^2\ \mathrm{s}^{-3}\ \mathrm{sr}^{-1} = 2{,}614\,830\ldots \cdot 10^{10}\ (\Delta\nu)^2\ h\ K_{cd}$

Durch technische Entwicklung ändern sich die Standards

Beispiel: Meter

1799: 1/10.000.000 des Erdquadranten



1875: Urmeter (Pt-Ir-Stab mit Strichen)

$$\Delta x = 10^{-3}\,\text{mm}$$

$$\frac{\Delta x}{x} = 10^{-6}$$

1960: über die Wellenlänge einer bestimmten Strahlung, die Krypton-86-Atome aussenden

$$\frac{\Delta x}{x} = 10^{-8}$$

1983: (wegen der inzwischen erreichten enormen Genauigkeit der Zeitmessung)

$$\frac{\Delta t}{t} \approx 10^{-14}$$

„1 m ist die Strecke, die das Licht im Vakuum in $\frac{1}{299792458\,\text{s}}$ zurücklegt“.

Damit ist c keine Messgröße mehr und beträgt definitionsgemäß 299.792.458 $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$!

Die Definition der Standards ändert sich im Laufe der Zeit und hängt von der technischen Entwicklung ab

Fehlertypen

Fehlertyp	Gegenmaßnahme
systematisch	vermeiden
statistisch	viele Messungen durchführen
methodisch	Methode ändern/ Messverfahren verbessern

Genauer im 1. Semester in:
Physikalische Rechenmethoden
im 2. Semester in:
Einführung in das experimentelle Arbeiten

Für diskrete Verteilungen:

Mittelwert, Mean:

$$\bar{x} = < x > = E(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

Mittlerer Fehler der Einzelwerte:
Varianz bzw.
Standardabweichung, Standard Deviation

$$(\Delta x)^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - < x >\right)^2$$

$$(\Delta x)^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - < x >\right)^2$$

$$(\Delta x)^2 = < x^2 > - < x >^2$$

Mittlerer Fehler des Mittelwertes:
Standard Error

$$\left(\Delta \bar{x}\right)^2 = \frac{1}{n-1}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - < x >)^2$$

Für kontinuierliche Verteilungen:

Mittelwert

$$< x > = \int dx\, x\, p(x)$$

Varianz bzw. Standardabweichung

$$(\Delta x)^2 = < x^2 > - < x >^2 = \int dx\, x^2\, p(x) - \left(\int dx\, x\, p(x)\right)^2$$

Variationskoeffizient

$$c_v = \Delta x / < x >$$

Beispiel 5 Messwerte
5 Studierende haben folgende Noten: 1,2,3,4,5
Statistische Parameter?

Statistik

Gaußverteilung

Zentraler Grenzwertsatz

Werden aus einer beliebigen Grundgesamtheit Stichproben gezogen,
dann sind die Mittelwerte dieser Stichproben approximativ normalverteilt.

Johann Carl Friedrich Gauß, 1777-1855
https://de.wikipedia.org/wiki/Carl_Friedrich_Gauß

Darauf beruht die Bedeutung der **Gaußschen Normalverteilung**

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x - x_0}{\sigma}\right)^2\right]$$

oder

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi b^2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x - x_0}{b}\right)^2\right]$$

Dadurch lassen sich Vertrauensintervalle für Mittelwerte und Varianzen angeben („zu erwartende Fehler“). Man untersucht, ob die beobachteten Fehler mit einer festgesetzten Wahrscheinlichkeit (z.B. 90%) dem zu erwarteten Fehler entsprechen.

Wenn man eine Hypothese (z.B. quadratischer Zusammenhang von Variablen) hat,
kann man dann diese Hypothese auf diese Weise prüfen.

Statistik, weitere Verteilungen

Gaußverteilung

Lorentz-Verteilung

Maxwell-Boltzmann-Verteilung

Binomial-Verteilung, Weibull-Verteilung, Poisson-Verteilung, …

Numerisches Experiment (Tabellenkalkulation) : Gaußverteilung

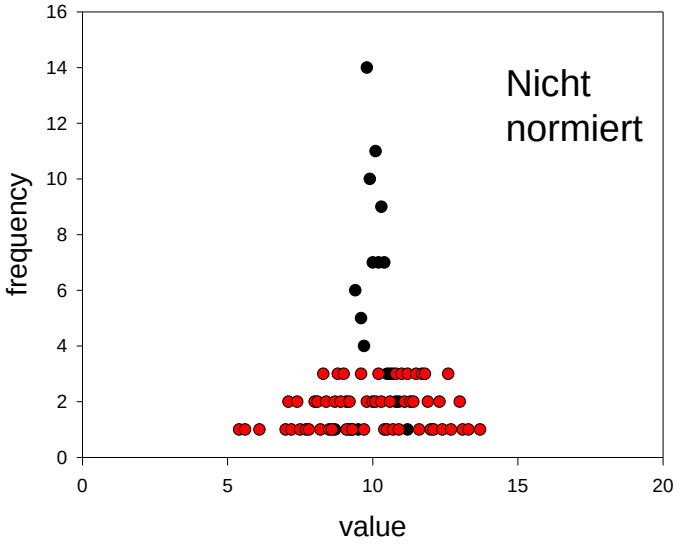
Produziere Gaußverteilung mit:

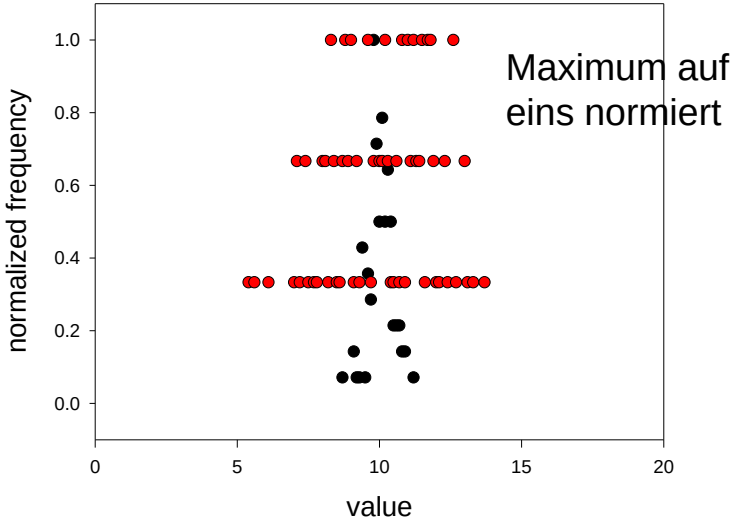
versuchszahl=100
mean1=10
std1=0.5
mean2=10
std2=2

Graph Page 1 - Data 1*

Data 1*

	1-tests1	2-tests2	3-buckets
1	9.8404	11.9961	0.1000
2	10.2641	10.7166	0.2000
3	9.6010	7.0267	0.3000
4	9.4479	11.5299	0.4000
5	10.4771	11.1197	0.5000
6	9.3485	11.3656	0.6000
7	9.8642	9.8808	0.7000
8	10.8309	9.1954	0.8000
9	10.5580	9.8221	0.9000
10	9.3423	11.3288	1.0000
11	9.3294	7.8113	1.1000
12	10.7579	8.8934	1.2000
13	9.6607	8.2996	1.3000
14	10.4461	8.8947	1.4000
15	10.2868	12.1966	1.5000
16	10.5198	9.0320	1.6000
17	10.6754	6.6685	1.7000
18	10.0657	12.9137	1.8000
19	10.4618	8.2223	1.9000
20	9.7232	11.6544	2.0000
21	9.6961	9.4899	2.1000
22	10.7300	9.3210	2.2000
23	10.8061	7.5944	2.3000
24	10.2215	9.3821	2.4000
25	10.0798	14.0095	2.5000
26	9.7933	10.0775	2.6000
27	9.9382	11.2432	2.7000
28	10.4023	12.3966	2.8000
29	10.3670	12.5803	2.9000
30	9.8680	12.0195	3.0000
31	9.5543	13.2372	3.1000
32	9.5105	9.6300	3.2000
33	9.9438	13.8556	3.3000





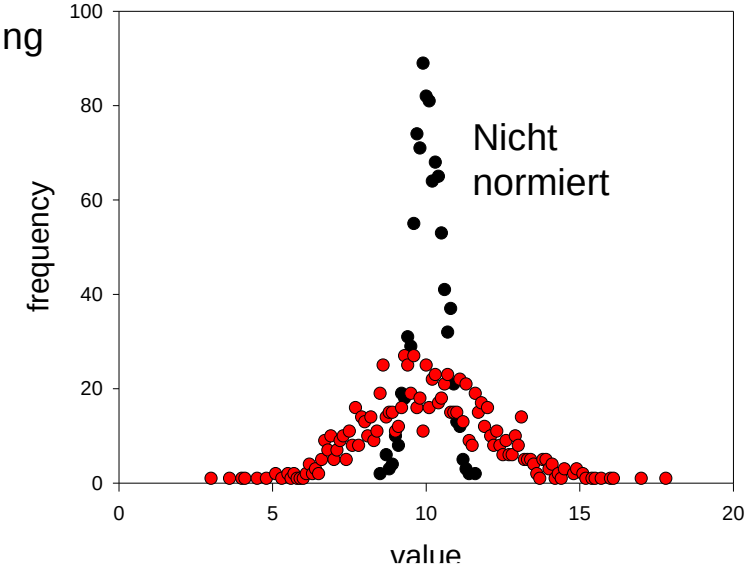
Numerisches Experiment *(Tabellenkalkulation) :* Gaußverteilung

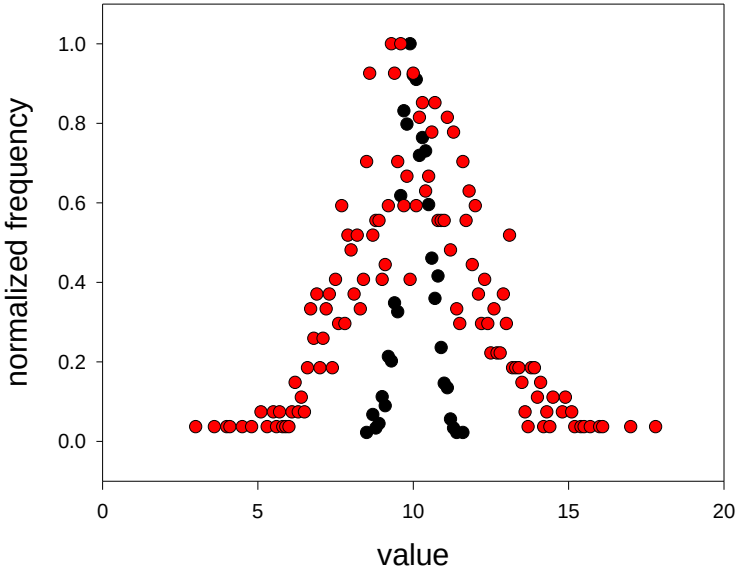
Produziere Gaußverteilung mit:

versuchszahl=1000
mean1=10
std1=0.5
mean2=10
std2=2

Data 1*

	5	6	7
58	1.0000	0.0000	0.0370
59	1.0000	0.0000	0.0370
60	1.0000	0.0000	0.0370
61	2.0000	0.0000	0.0741
62	4.0000	0.0000	0.1481
63	2.0000	0.0000	0.0741
64	3.0000	0.0000	0.1111
65	2.0000	0.0000	0.0741
66	5.0000	0.0000	0.1852
67	9.0000	0.0000	0.3333
68	7.0000	0.0000	0.2593
69	10.0000	0.0000	0.3704
70	5.0000	0.0000	0.1852
71	7.0000	0.0000	0.2593
72	9.0000	0.0000	0.3333
73	10.0000	0.0000	0.3704
74	5.0000	0.0000	0.1852
75	11.0000	0.0000	0.4074
76	8.0000	0.0000	0.2963
77	16.0000	0.0000	0.5926
78	8.0000	0.0000	0.2963
79	14.0000	0.0000	0.5185
80	13.0000	0.0000	0.4815
81	10.0000	0.0000	0.3704
82	14.0000	0.0000	0.5185
83	9.0000	0.0000	0.3333
84	11.0000	0.0000	0.4074
85	19.0000	0.0225	0.7037
86	25.0000	0.0000	0.9259
87	14.0000	0.0674	0.5185
88	15.0000	0.0337	0.5556
89	15.0000	0.0449	0.5556
90	11.0000	0.1124	0.4074
91	12.0000	0.0899	0.4444
92	16.0000	0.2135	0.5926
93	27.0000	0.2022	1.0000





Wieviele Versuche braucht man, um Verteilungen unterscheiden zu können?

Dies kann man auf eine solide mathematische Grundlage stellen – Statistik!

Statistik

Binomialverteilung

$$P(k) = \sum \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$\begin{array}{ccccccccc} & & & & 1 & & & & \\ & & & 1 & & 1 & & & \downarrow \\ & & 1 & & 2 & & 1 & & \mathbf{n} \\ & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & \\ 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 \\ & & & & \longrightarrow \mathbf{k = 0 \ldots n} & & & & \end{array}$$

Einsetzen in folgende Gleichung zeigt, dass dies eine normierte Verteilung ist

$$(a+b)^n = \sum \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$

Normierung zeigen

Die Binomialverteilung konvergiert im Limes $n \to \infty$ gegen die Gaußverteilung.

Experiment: Galtonbrett mit p=1/2, nicht normierte Verteilung

Numerisches Experiment (Gaußverteilung mit Mathematica):

Gaußverteilung:
68.3% der Messwerte liegen innerhalb der Standardabweichung (standard deviation), aber 31.7% außerhalb!
Vertrauensintervall: 95% innerhalb 2 Stdabw, 99.7% innerhalb 3 Stdabw.
Die Halbwertsbreite (HWHM, half width at half maximum) ist nicht identisch mit der Standardabweichung

Mit dem **zentralen Grenzwertsatz** (die Verteilung der Mittelwerte ist gaußverteilt) sind 2 Messungen von Mittelwerten mit $p<0.05$ gleich (bzw. $p>0.95$ unterschiedlich), wenn sie außerhalb 2er Stdabw. der Mittelwerte (standard error) liegen!

Weiterführend: Korrelationsrechnung, Chi-Quadrattest

Fehlerrechnung bei mehreren Fehlerquellen (Gaußsche Fehlerfortpflanzung)

Grundlagen: Skalare, Vektoren, Tensoren

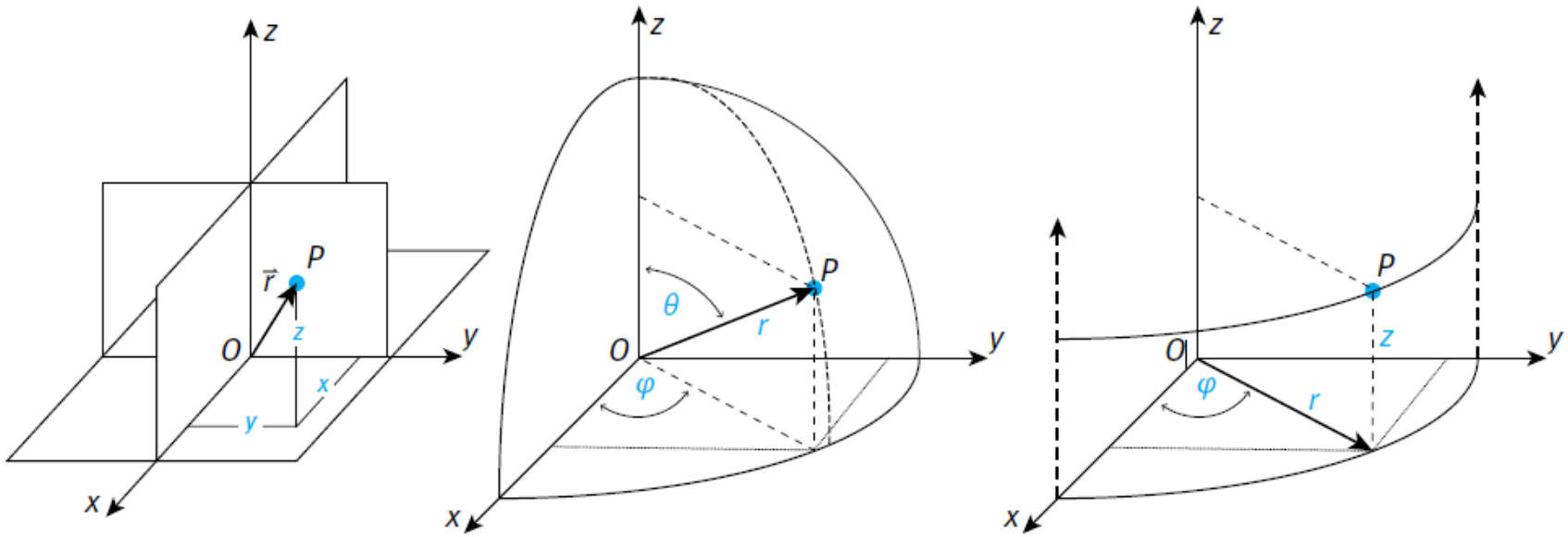
Skalare sind Zahlen (z.B. das Feld des elektrischen Potentials ist ein skalares Feld, gemessen wird die Potentialdifferenz). Ein Feld beschreibt die räumliche Verteilung einer physikalischen Größe.
= Tensor nullter Stufe

Vektoren haben Größe und Richtung
Feld der Gravitationskraft, elektrisches Kraftfeld ...
= Tensor erster Stufe

Tensoren
ab der zweiten Stufe sind Matrizen, die einen komplexeren, mehrdimensionalen Zusammenhang beschreiben, z.B. wenn man auf einen Gummiwürfel draufdrückt, dehnt er sich auch normal dazu aus, für diesen Zusammenhang braucht man Tensoren höherer Stufe (Epsilontensor, Metriktensor, Spannungstensor, Dehnungstensor, Elastizitätstensor)

Koordinatensysteme:

Kartesische Koordinaten (cartesian coordinates) (x,y,z) oder (x_1,x_2,x_3)
Kugelkoordinaten (spherical coordinates) (r,θ,φ)
Zylinderkoordinaten (cylindrical coordinates) (r,φ,z)



Aus: W. Pfeiler, Experimentalphysik, Band 1, Seite 20.

https://www-degruyter-com.uaccess.univie.ac.at/viewbooktoc/product/462782

Translation

Translation (gleichmäßige und beschleunigte Bewegung):

Bewegung eines Massenpunktes mit Ortsvektor **r**(t) – diese Funktion nennt man Bahnkurve, in der Parameterdarstellung mit dem Zeitparameter t.

Ortsvektor **r**(t)

$$\vec{r} = \vec{r}(t) = \vec{r}\big(x(t), y(t), z(t)\big)$$

Einheit: [r]=1m

Geschwindigkeit **v**=d**r**/dt

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}$$

Einheit: [v]=1m s^{-1}

Beschleunigung
a=d**v**/dt=d^2**r**/dt^2

$$\vec{a} = \vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{\upsilon}(t+\Delta t) - \vec{\upsilon}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \dot{\vec{\upsilon}} = \ddot{\vec{r}}$$

Einheit: [a]=1m s^{-2}

Translation (integrieren/differenzieren)

Bahnkurve, Tangential- und Normalbeschleunigung

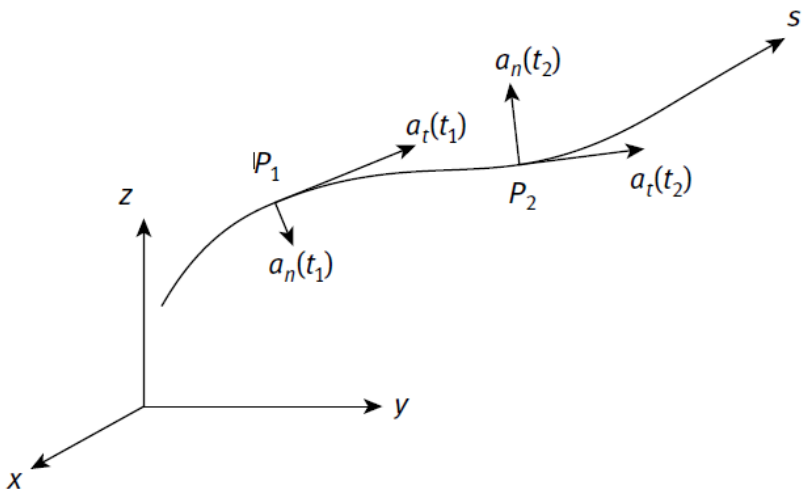
Tangential- und Normalbeschleunigung ($\vec{a}_t$ und $\vec{a}_n$)

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d\upsilon}{dt}\vec{e}_t + \upsilon\frac{d\vec{e}_t}{dt} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{(\vec{a}_t)^2 + (\vec{a}_n)^2} = \sqrt{\left(\frac{d\upsilon}{dt}\right)^2 + \frac{\upsilon^4}{\rho^2}}$$

ρ ist der Krümmungsradius der Kurve

Orthonormalbasis



Aus: W. Pfeiler, Experimentalphysik, Band 1, Seite 22.

https://www-degruyter-com.uaccess.univie.ac.at/viewbooktoc/product/462782

Sowohl eine Geschwindigkeitszunahme als auch eine Ablenkung von einer geradlinigen Bewegung sind beschleunigte Bewegungen !

Umfrage

Welche Kugel ist schneller? Eine auf geneigter Bahn oder eine, die zeitweise in einer tieferen Bahn läuft?
https://www.youtube.com/watch?v=JWtsOiVxIIE

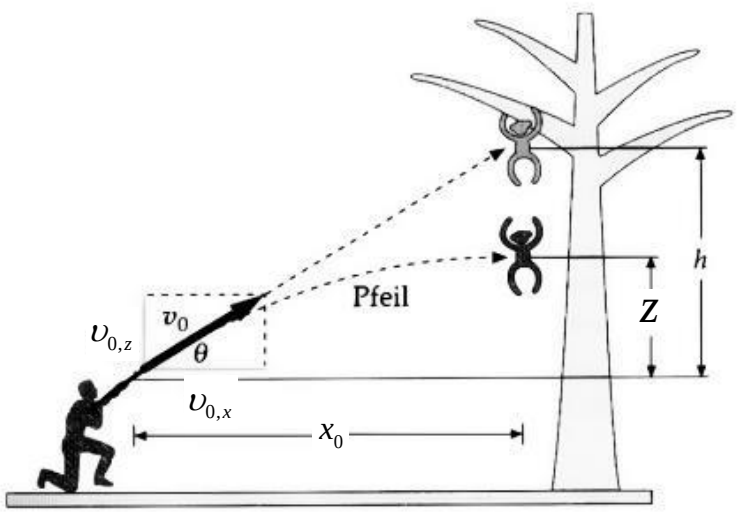
Der schiefe Wurf

Translation (siehe Paul Wagner et al., Einführung in die Physik)**:**

Unbeschleunigte Bewegung: $\ddot{\vec{r}} = \dot{\vec{\upsilon}} = 0 \rightarrow \dot{\vec{r}} = \vec{\upsilon} = \text{constant} \rightarrow \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{\upsilon}_0 t$

Beschleunigte Bewegung: $\ddot{\vec{r}} = \dot{\vec{\upsilon}} = \vec{a}_0 \rightarrow \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{\upsilon}_0 t + \frac{\vec{a}_0}{2} t^2$

Die Bewegungen in verschiedenen Richtungen kann man unabhängig voneinander betrachten.



Affe

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x_0 \\ 0 \\ h - (g/2)t^2 \end{pmatrix}$$

Pfeil

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} \upsilon_{0,x} t \\ 0 \\ \upsilon_{0,z} t - (g/2)t^2 \end{pmatrix}$$

Zum Zeitpunkt t_1

$$t_1 = \frac{x_0}{\upsilon_{0,x}} \quad \text{und} \quad \frac{h}{x_0} = \frac{\upsilon_{0,z}}{\upsilon_{0,x}} \quad \text{oje}$$

Daher: Der kluge Affe lässt nicht los **Verhältnis**

https://images.gutefrage.net/media/fragen/bilder/physik-aufgabe-kinematik--der-fallende-affe-und-der-pfeil--mindesgeschw-des-pfeils-ist-gefragt/0_original.jpg?v=1334679447000

Experiment: Jäger und Affe

Der schiefe Wurf

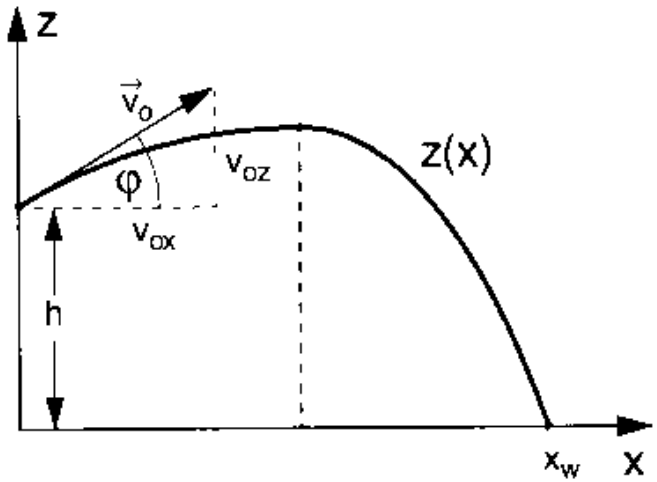
Translation (siehe Paul Wagner et al., Einführung in die Physik)**:**

Unbeschleunigte Bewegung: $\ddot{\vec{r}} = \dot{\vec{\upsilon}} = 0 \;\rightarrow\; \dot{\vec{r}} = \vec{\upsilon} = \text{constant} \rightarrow\; \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{\upsilon}_0 t$

Beschleunigte Bewegung: $\ddot{\vec{r}} = \dot{\vec{\upsilon}} = \vec{a}_0 \;\rightarrow\; \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{\upsilon}_0 t + \frac{\vec{a}_0}{2} t^2$

Wurfparabel: Wurf mit Anfangsgeschwindigkeit

$$\vec{\upsilon}_0 = \begin{pmatrix} \upsilon_{0,x} \\ 0 \\ \upsilon_{0,z} \end{pmatrix} \Longrightarrow \vec{r} = \begin{pmatrix} \upsilon_{0,x} t \\ 0 \\ h + \upsilon_{0,z} t - \frac{g}{2} t^2 \end{pmatrix}$$



$$z(x) = h + \frac{\upsilon_{0,z}}{\upsilon_{0,x}} x - \frac{1}{2} \frac{g}{\left(\upsilon_{0,x}\right)^2} x^2$$

mit $\upsilon_{0,x} = |\vec{\upsilon}_0| \mathrm{Cos}(\phi), \upsilon_{0,z} = |\vec{\upsilon}_0| \mathrm{Sin}(\phi)$

$$x_{\max} = \frac{\upsilon_0^2}{2g} \mathrm{Sin} 2\varphi \left(1 + \left(1 + \frac{2gh}{\upsilon_0^2 (\mathrm{Sin}\varphi)^2} \right)^{1/2} \right)$$

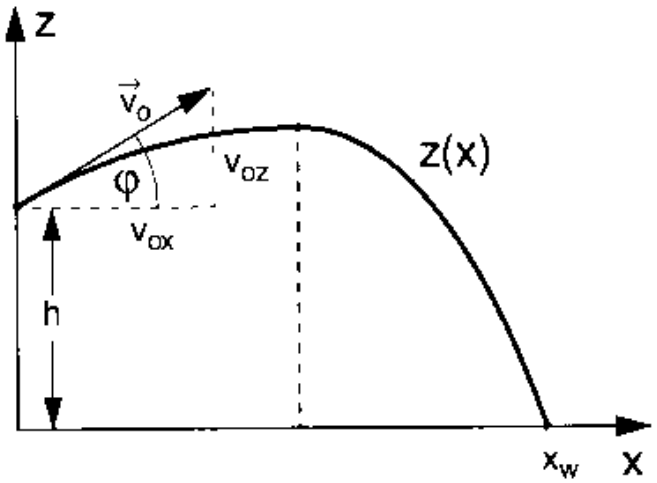
Numerisches Experiment wurf.nb: schräger Wurf, Schlagball, Kugelstoßen und Weitsprung

Der schiefe Wurf

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} \upsilon_{0,x} t \\ 0 \\ h + \upsilon_{0,z} t - \frac{g}{2} t^2 \end{pmatrix}$$

$$x(t) = \upsilon_{0,x} t \quad \rightarrow \quad t = \frac{x}{\upsilon_{0,x}}$$

$$z(t) = h + \upsilon_{0,z} t - \frac{1}{2} g t^2$$

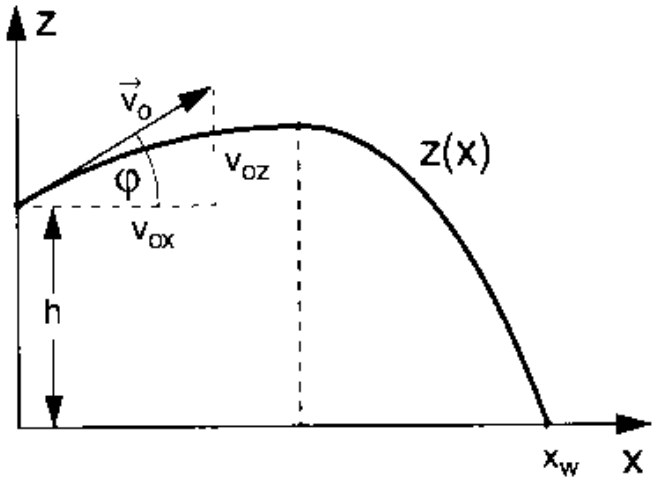


Komponenten einsetzen

Wurfparabel

$$z(x) = h + \frac{\upsilon_{0,z}}{\upsilon_{0,x}} x - \frac{1}{2} \frac{g}{\left(\upsilon_{0,x}\right)^2} x^2$$

Der schiefe Wurf



Wurfweite: quadratische Gleichung nach x auflösen

$$z(x) = h + \frac{\upsilon_{0,z}}{\upsilon_{0,x}} x - \frac{1}{2} \frac{g}{\left(\upsilon_{0,x}\right)^2} x^2 = 0$$

$$x^2 - 2\frac{\upsilon_{0,x}\upsilon_{0,z}}{g} x - 2\frac{h\left(\upsilon_{0,x}\right)^2}{g} = 0$$

Quadratische Gleichung

$$x_{1/2} = \frac{\upsilon_{0,x}\upsilon_{0,z}}{g} \pm \sqrt{\left(\frac{\upsilon_{0,x}\upsilon_{0,z}}{g}\right)^2 + \frac{2\left(\upsilon_{0,x}\right)^2}{g} h}$$

mit

$$x_{\max} = \frac{\upsilon_0^2}{2g} \mathrm{Sin}2\varphi \left(1 + \left(1 + \frac{2gh}{\upsilon_0^2 (\mathrm{Sin}\varphi)^2}\right)^{1/2}\right)$$

Rotation

Begriffe/Achsen

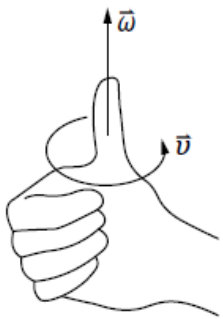
Rotierende Bewegung und
rechte Hand-Regel

$$\omega = |\vec{\omega}| = \frac{d\varphi}{dt}$$

Dimension von ω: rad s^{-1}

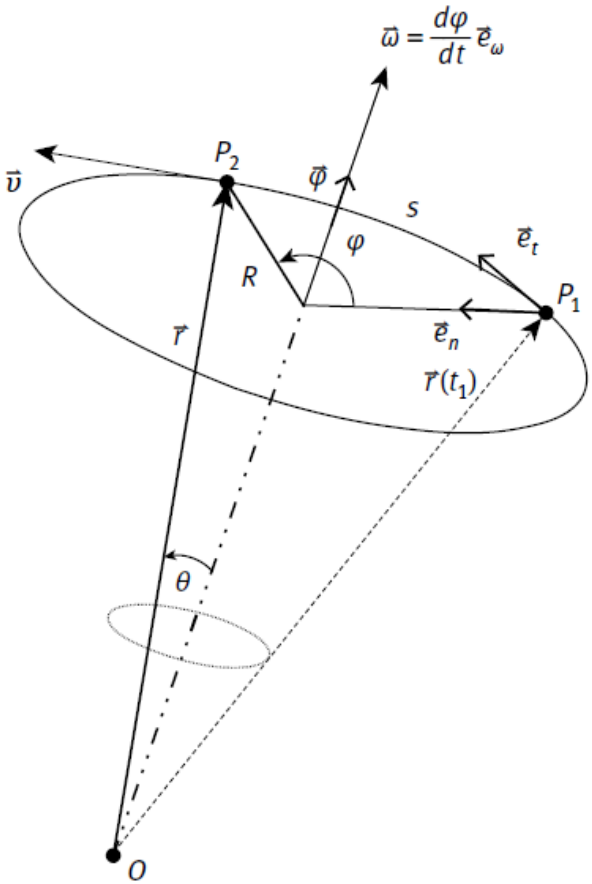
$$\vec{\upsilon} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{r} = \omega R\ \vec{e}_t$$

$$|\vec{\upsilon}| = |\vec{\omega}||\vec{r}|\sin\theta = \omega R$$



$$\vec{a} = \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r}\right) =$$

$$\dot{\omega} R\ \vec{e}_t + \omega^2 R\ \vec{e}_n$$



Aus: W. Pfeiler, Experimentalphysik, Band 1, Seite 27.

https://www-degruyter-com.uaccess.univie.ac.at/viewbooktoc/product/462782

Tangentialbeschleunigung und Zentripetalbeschleunigung (zum Kreismittelpunkt gerichtet)

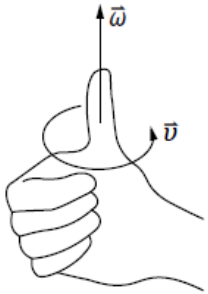
Experiment mit Schleifscheibe, rotierende Kette über Stiege laufend

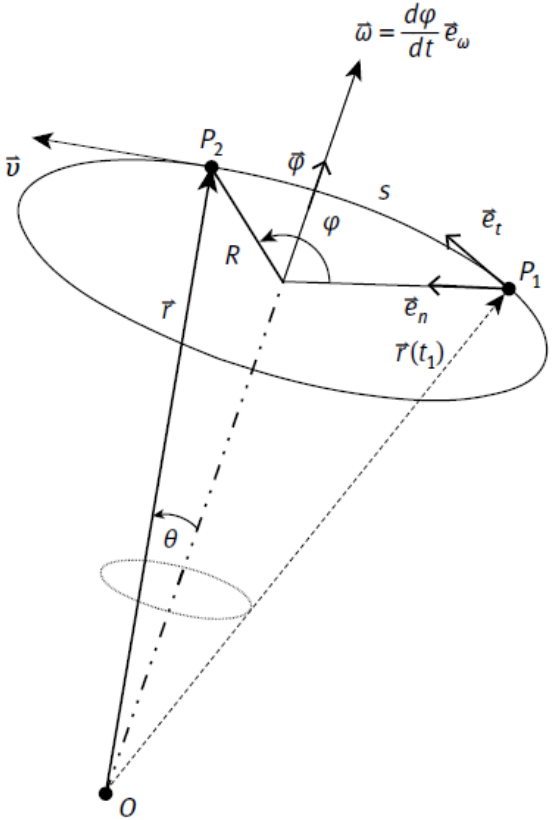
Rotation

Rotierende Bewegung und
rechte Hand-Regel

$$\vec{a} = \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r} \right) =$$

$$\dot{\omega} R \; \vec{e}_t + \omega^2 R \; \vec{e}_n$$





Tangentialbeschleunigung und
Zentripetalbeschleunigung

Beträge

Aus: W. Pfeiler, Experimentalphysik, Band 1, Seite 27.

https://www-degruyter-com.uaccess.univie.ac.at/viewbooktoc/product/462782

Experiment mit Schleifscheibe, rotierende Kette über Stiege laufend

Die drei Newton-Axiome

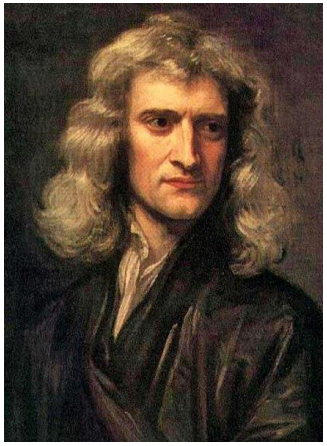
Prinzipien

Der Zusammenhang von Impuls und Kraft

Isaac Newton 1643-1727

Impuls $\vec{p} = m\vec{\upsilon}$

Einheit: [p] = 1 kg m s^{-1}



Gemälde von Godfrey Kneller
https://de.wikipedia.org/wiki/Isaac_Newton

Trägheitsprinzip: Ein kräftefreier Körper bewegt sich geradlinig gleichförmig

Oder: Der Impuls eines freien Teilchens ist zeitlich konstant.

$$\dot{\vec{p}} = 0 \rightarrow \vec{p} = \text{constant}$$

Dafür muss ein Bezugssystem gewählt werden. Dieses darf z.B. nicht rotieren (Erdoberfläche) oder beschleunigt werden (fallendes Teilchen).
Ein Bezugssystem, in dem das Trägheitsprinzip gilt, bezeichnet man als Inertialsystem.

Die drei Newton-Axiome

Der Zusammenhang von Impuls und Kraft

Aktionsprinzip: Die Kraft ist die Ursache der Impulsänderung.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \dot{\vec{p}}$$

Einheit: [F] = 1 kg m s^{-2} = 1 N
In dieser Formulierung ist das Gesetz auch relativistisch gültig (aber im Impuls ist die Masse nicht mehr konstant).

Man sieht sofort, dass das Trägheitsprinzip aus dem Aktionsprinzip folgt:

$$\vec{F} = \dot{\vec{p}} = 0 \rightarrow \vec{p} = \text{constant}$$

Wenn die Masse konstant bleibt, ist die Kraft = Masse mal Beschleunigung:

$$\vec{F} = m\ddot{\vec{r}} = m\vec{a} \qquad \text{bzw.} \qquad \vec{a} = \ddot{\vec{r}} = \vec{F} / m$$

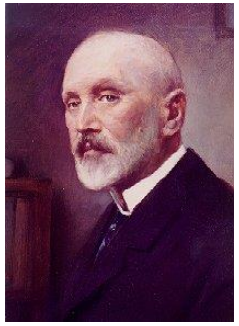
Interpretation

Die drei Newton-Axiome

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Reaktionsprinzip („actio = reactio“):
Bei der Wechselwirkung zwischen zwei Körpern erzeugt im Gleichgewicht eine Kraft eine gleich große Gegenkraft. Ein System ist abgeschlossen, wenn nur innere Kräfte auf die Massenpunkte des Systems wirken und keine äußeren Kräfte.

Die träge Masse m_t ist das Beharrungsvermögen eines Körpers, d.h. wie sehr setzt er einer Bewegungsänderung einen Widerstand entgegen. Die schwere Masse m_s ist durch die Messung mit der Watt-Waage definiert und ein Maß, wie sehr der Körper von der Erde angezogen wird. Mit genauen Experimenten (1909 Loránd Eötvös, 1964 Robert Henry Dicke) konnte gezeigt werden, dass $m_t = m_s$ ist.



https://en.wikipedia.org/wiki/Loránd_Eötvös

https://en.wikipedia.org/wiki/Robert_H._Dicke

Masse Photon

Gravitation

Aus: W. Pfeiler,
Experimentalphysik, Band 1, Seite 4.

https://www-degruyter-com.uaccess.univie.ac.at/viewbooktoc/product/462782

Wechselwirkung (*WW*)	Austauschteilchen (Eichboson)	relative ‚Stärke' der *WW*
starke *WW* (Kernkräfte, Reichweite 10^{-15} m)	8 Gluonen (‚Klebeteilchen'), masselos	1
schwache *WW* (β-Zerfall, Reichweite 10^{-18} m)	W^+-, W^--, Z^0-Boson, massereich (80–90 GeV/c^2)	10^{-15}–10^{-13}
elektromagnetische *WW* (Reichweite ∞)	Photon (γ-Quant), masselos	10^{-2}
Gravitation (Reichweite ∞)	Graviton, masselos, bisher nicht beobachtet	10^{-41}–10^{-38}

Gravitationsgesetz

$$\left|\vec{F}\right| = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

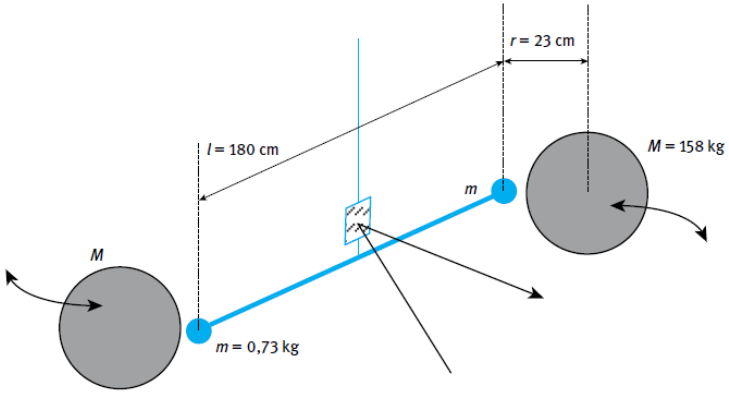
Gleichsetzen mit Kraft, die auf einen Körper wirkt:

$$\left|\vec{F}\right| = m_1 \left|\vec{a}\right|$$

Gravitationskonstante folgt aus der Beschleunigung (Kraft) oder Schwing-frequenz (I Trägheitsmoment, D Direktionsmoment)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}}$$

Aus: W. Pfeiler,
Experimentalphysik, Band 1, Seite 89.



Experiment: Cavendish Drehwaage

Gravitation

Gravitationsgesetz

$$\left|\vec{F}\right| = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

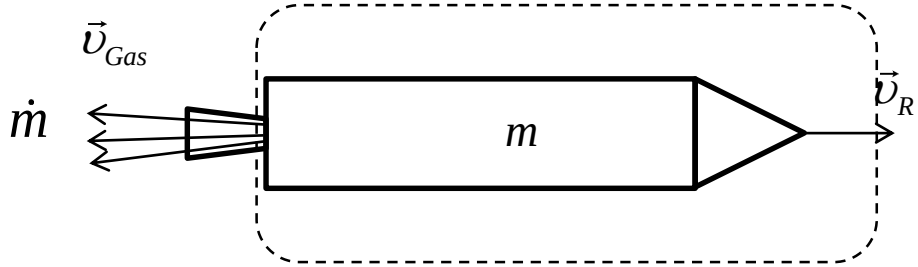
Gleichsetzen mit Kraft, die auf einen Körper wirkt:

$$\left|\vec{F}\right| = m_1 \left|\vec{a}\right| \quad \text{bzw.} \quad \left|\vec{F}_g\right| = m_1 \left|\vec{g}\right|$$

Schwerkraft

Erdmasse

Raketengleichung



Newton

Lokales Kräftegleichgewicht: $\vec{F}_{Gas} + \vec{F}_R = 0$ $\quad \vec{\upsilon}_{Gas}$ Geschwindigkeit des Gases:

Als Impulsänderung: $0 = \frac{d\vec{p}_{Gas}}{dt} + \frac{d\vec{p}_R}{dt} = \frac{d}{dt}\left(m_R \ \vec{\upsilon}_R\right) + \frac{d}{dt}\left(m_{Gas} \ \vec{\upsilon}_{Gas}\right) = \dot{m}_R \ \vec{\upsilon}_R + m_R \ \dot{\vec{\upsilon}}_R + \dot{m}_{Gas} \ \vec{\upsilon}_{Gas} + m_{Gas} \ \dot{\vec{\upsilon}}_{Gas}$

Gas bewegt sich nach Ausstoß gleichmäßig weiter, also ist Ableitung nach der Zeit 0. $\dot{\vec{\upsilon}}_{Gas} = 0$

Die Massenabnahme der Rakete ist gleich der Massenzunahme des Gases $\quad -\dot{m}_R = \dot{m}_{Gas} \equiv -\dot{m}$

Relativgeschwindigkeit = Ausströmgeschwindigkeit des Gases $\quad \vec{\upsilon}_{rel} = \vec{\upsilon}_R - \vec{\upsilon}_{Gas}$ $\quad$ und 1D, mit Beträgen (einfacher):

Impulsänderung:

$$0 = \dot{m} \ \upsilon_R + m \ \dot{\upsilon}_R - \dot{m} \ \upsilon_{Gas} =$$

$$\dot{m} \ \upsilon_R + m \ \dot{\upsilon}_R - \dot{m}\left(\upsilon_R - \upsilon_{rel}\right) =$$

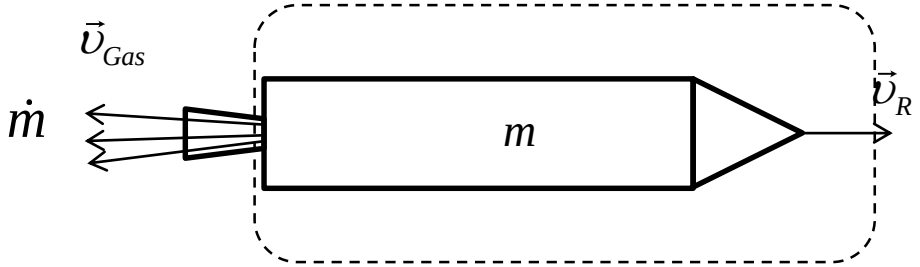
$$\dot{m} \ \upsilon_R + m \ \dot{\upsilon}_R - \dot{m} \ \upsilon_R + \dot{m} \ \upsilon_{rel} =$$

$$m \ \dot{\upsilon}_R + \dot{m}\upsilon_{rel}$$

Numerisches Experiment:
raketengleichung.nb

Experiment:
Wasserrakete
Raketenwagen

Raketengleichung



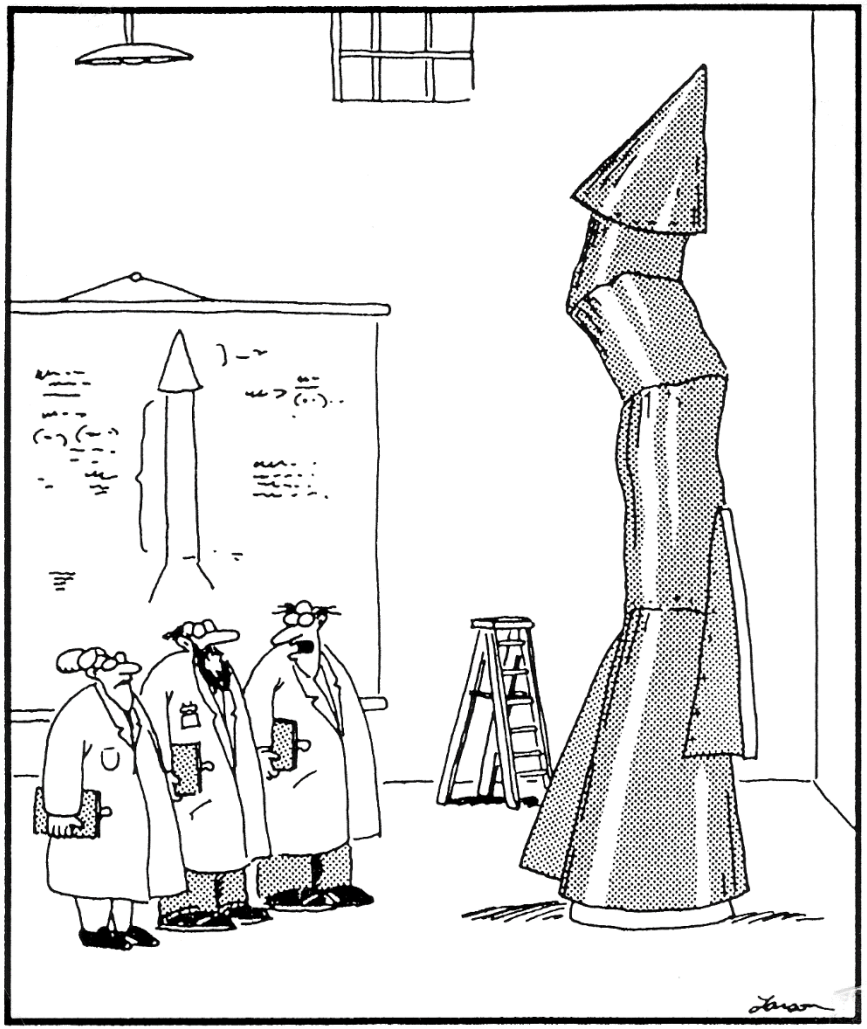
$$\dot{\upsilon}_R = -\frac{\dot{m}}{m}\upsilon_{rel}$$

$$\int_{t_0}^{t_1} dt\ \dot{\upsilon}_R = -\upsilon_{rel}\int_{t_0}^{t_1} dt\,\frac{\dot{m}}{m} = -\upsilon_{rel}\int_{m(t_0)}^{m(t_1)} dm\,\frac{1}{m}$$

$$\upsilon_R(t_1) - \upsilon_R(t_0) = -\upsilon_{rel}\left(\ln m(t_1) - \ln m(t_0)\right) = \upsilon_{rel}\ln\frac{m(t_0)}{m(t_1)}$$

Numerisches Experiment:
raketengleichung.nb

Experiment:
Wasserrakete
Raketenwagen



"It's time we face reality, my friend. ... We're not exactly rocket scientists."

Gary Larsen, cartoonist

Bahndrehimpuls und Drehmoment

Skizze

Bahndrehimpuls (angular momentum) $\vec{L}$

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m\left(\vec{r} \times \vec{\upsilon}\right)$$

Einheit [L] = 1 kg m^2 s^{-1} = 1 Js^{-1}

daskreuzprodukt (+mathematicafile)

Bahndrehimpuls und Drehmoment

Drehmoment $\vec{D}$ (moment of a force)

$$\vec{D} = \vec{r} \times \vec{F} = \dot{\vec{L}}$$

Einheit [D] = 1 Nm = 1 J

$$\vec{D} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \dot{\vec{L}} = \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Ein praktisches Beispiel:
Suche unter Drehmoment / Reifenwechsel

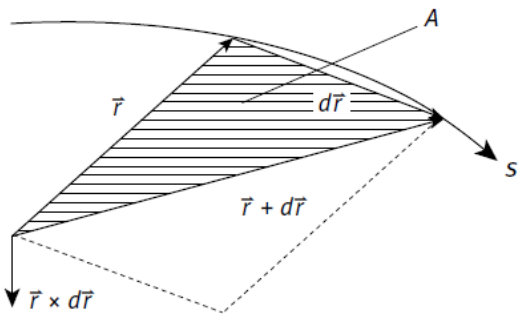
Drehimpulserhaltung: $\vec{D} = 0 \quad \rightarrow \quad \vec{L} = \text{constant}$

Vergleich
Translation/Rotation

Keplergesetze

1. Keplersches Gesetz: Die Planeten bewegen sich auf elliptischen Bahnen in einem Zentralkraftfeld (Gravitationsfeld der Sonne).

2. Keplersches Gesetz: Der Radiusvektor überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen.



Aus: W. Pfeiler, Experimentalphysik, Band 1, Seite 38.

https://www-degruyter-com.uaccess.univie.ac.at/viewbooktoc/product/462782

Zentralkraft (antiparallel zum Radiusvektor) $\vec{F} \uparrow\downarrow \vec{r}$

$$\vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = m\vec{r} \times \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = 0$$

Integration

$$\vec{r} \times \frac{d\vec{r}}{dt} = const.$$

Kontrolle

$$\frac{d}{dt}\left(\vec{r} \times \frac{d\vec{r}}{dt}\right) = \frac{d\vec{r}}{dt} \times \frac{d\vec{r}}{dt} + \vec{r} \times \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = 0$$

Keplergesetze

3. Keplersches Gesetz:

Die Quadrate der Umlaufzeiten verhalten sich wie die Kuben der Halbachsen.

$$a_1^3 : a_2^3 = T_1^2 : T_2^2$$

$$\frac{a^3}{T^2} = \text{const.}$$

Kepler

https://de.wikipedia.org/wiki/Johannes_Kepler

Kraftstoß, Energie, Leistung, konservative Kraftfelder

Kraftstoß (zwei Zeiten, t_1 und t_2)

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \dot{\vec{p}} \quad \longrightarrow \quad \int_{t_1}^{t_2} dt\, \vec{F} = \vec{p}$$

$$dW = \vec{F}.d\vec{r} \quad \longrightarrow \quad \int_{P_1}^{P_2} d\vec{r}.\vec{F} = W$$

Beispiel, ein Teilchen wird beschleunigt:

$$W = \int_{P_1}^{P_2} d\vec{r}.\vec{F} = m\int_{P_1}^{P_2} d\vec{r}.\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = m\int_{P_1}^{P_2} dt\,\frac{d\vec{\upsilon}}{dt}.\frac{d\vec{r}}{dt} = m\int_{\upsilon_1}^{\upsilon_2} \vec{\upsilon}.d\vec{\upsilon} = m\int_{\upsilon_1}^{\upsilon_2} \frac{1}{2} d\left(\vec{\upsilon}.\vec{\upsilon}\right) = \frac{1}{2}\,\mathrm{m}\upsilon^2\Big|_{\upsilon_1}^{\upsilon_2} = \Delta E_{kin}$$

Die kinetische Energie ist definiert als:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m\upsilon^2 = \frac{p^2}{2m}$$

kinetische Energie

Ein konservatives Kraftfeld ist eines, bei dem für eine Verschiebung des Teilchens um einen geschlossenen Weg die Energie Null ist:

$$\oint d\vec{r}.\vec{F} = 0$$

Äquivalent sind:

$$W_I = \int_{P_1}^{P_2} d\vec{r}.\vec{F}$$

$$W_{II} = \int_{P_1}^{P_2} d\vec{r}.\vec{F}$$

für verschiedene Wege gilt immer

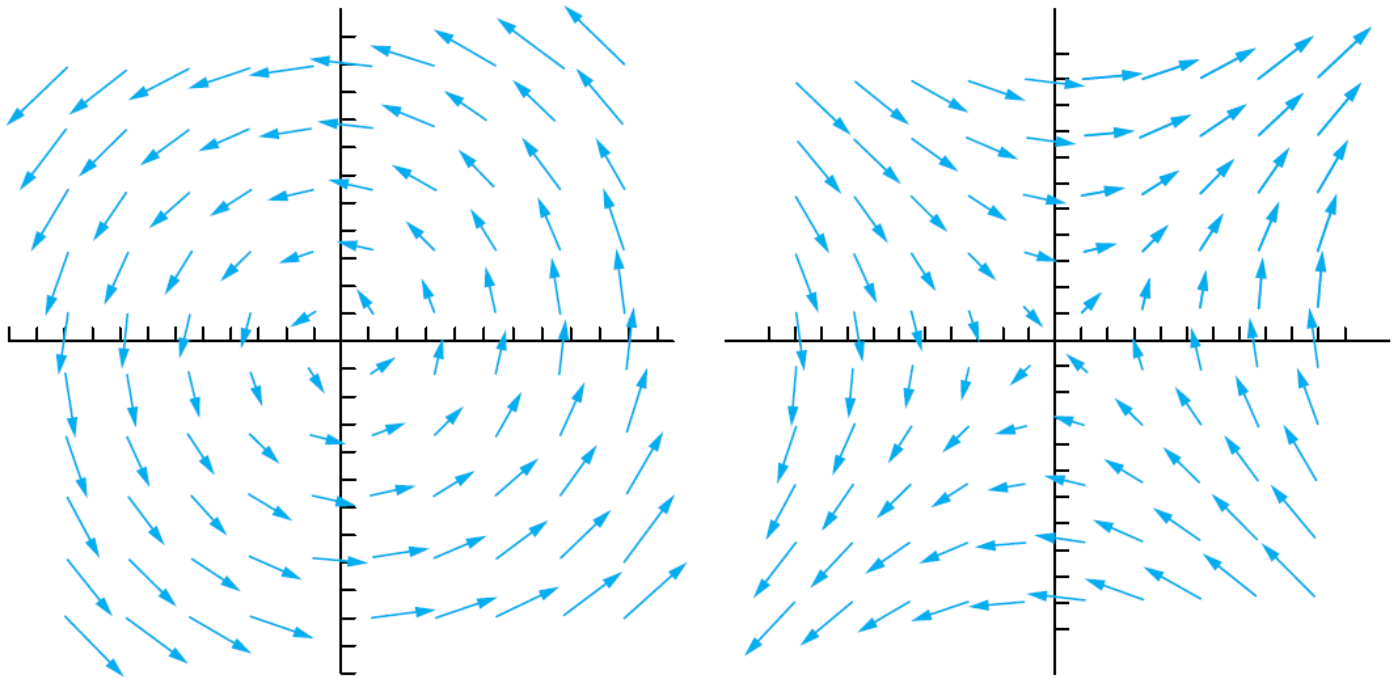
$$W_I = W_{II}$$

Bzw. Integral hängt nur von Anfangs- und Endpunkt ab

oder $\vec{F} = -\,\mathrm{grad}V = -\vec{\nabla}V$

oder $\mathrm{rot}\,\vec{F} = \vec{\nabla}\times\vec{F} = 0$

konservative Kraftfelder



Aus: W. Pfeiler,
Experimentalphysik, Band 1, Seite 38. Beispiel eines nicht-konservativen Kraftfeldes (Wirbelkern): $\mathrm{rot}\,\vec{F} = \vec{\nabla} \times \vec{F} \neq 0$, $\oint \vec{F} d\vec{r} \neq 0$ (links) und eines konservativen Kraftfeldes (Quadrupol): $\mathrm{rot}\,\vec{F} = \vec{\nabla} \times \vec{F} = 0$, $\oint \vec{F} d\vec{r} = 0$ (rechts).

https://www-degruyter-com.uaccess.univie.ac.at/viewbooktoc/product/462782

konservative Kraftfelder

Mathematicafile nabla_vektorfeld

Potenzial, potenzielle Energie

Da die Energie im konservativen Kraftfeld nur vom Ausgangs- und Endpunkt abhängt, können wir diese mit einer einzigen Größe, einem skalaren Feld $V(\vec{r})$ beschreiben

$$W = \int_{P_1}^{P_2} d\vec{r}.\,\vec{F} = \int_{P_1}^{P_2} -dV = V(P_1) - V(P_2) = -\Delta V = -\Delta E_{pot}$$

Das Minus ist Konvention. Damit potenzielle Energie ist also die Differenz der Werte aus dem Potenzial.

Wenn man umgekehrt das Potenzialfeld kennt, erhält man die Kraft aus Gradientenbildung:

$$\vec{F} = -\,\mathrm{grad}V = -\vec{\nabla}V$$

Leistung, Wirkung

Leistung ist Energie pro Zeiteinheit, oder umgekehrt, Energie ist Leistung über die Zeit integriert:

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F}.\ \vec{\upsilon}$$

$$W = \int dt\ P$$

Lagrangefunktion $L = E_{kin} - E_{pot}$

Wirkung ist Energie über Zeit integriert $S = \int dt\ L$

Hamiltonsches Prinzip, diese Funktion nimmt ein Extremum an, sehr wichtig in der Theoretischen Physik

$$\delta S = 0$$

z.B. folgen daraus die Bewegungsgleichungen

$$\frac{\partial L}{\partial \vec{\upsilon}_i} = \vec{p}_i$$

$$\frac{\partial L}{\partial \vec{r}_i} = \vec{F}_i$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \vec{\upsilon}_i}\right) = \frac{\partial L}{\partial \vec{r}_i}$$

Bezugssysteme

Translation, Inertialsysteme

Die Beschreibung physikalischer Vorgänge soll nicht von der Wahl des Koordinatensystems abhängen. Als Inertialsystem werden Systeme bezeichnet, in denen Newtons Trägheitssatz (1. Axiom) gilt. Bezugssysteme, die sich relativ zu einem Inertialsystem mit gleichförmiger Geschwindigkeit bewegen, sind ebenfalls Inertialsysteme.

Galileo-Transformation

$$\vec{r}\,' = \vec{r} - \vec{\upsilon} t$$

in Koordinaten:

$$x'(t) = x(t) - \upsilon_x t$$

$$y'(t) = y(t) - \upsilon_y t$$

$$z'(t) = z(t) - \upsilon_z t$$

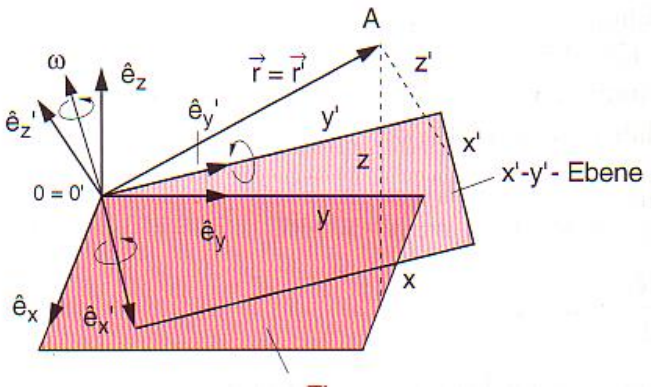
$$t' = t$$

Da die gleichen Kräfte wirken (Beschleunigungen gleich), kommt man auf die gleichen Gesetze.

Galileo Galilei, Porträt von Justus Sustermans, 1636
https://religion.orf.at/stories/2825817/

Rotierende Bezugssysteme

In rotierenden Bezugssystemen ist das anders
(rot bedeutet rotierendes Bezugssystem, in Inertialsystem):



$$\vec{r}\,'(t) = (\vec{x}\,'(t), \vec{y}\,'(t), \vec{z}\,'(t)) = x'(t)\vec{e}_x\,' + y'(t)\vec{e}_y\,' + z'(t)\vec{e}_z\,'$$

$$\vec{\upsilon}_{rot} = \frac{dx'}{dt}\vec{e}_x\,' + \frac{dy'}{dt}\vec{e}_y\,' + \frac{dz'}{dt}\vec{e}_z\,' = \frac{d\vec{r}\,'}{dt}$$

$$\vec{r}(t) = (x(t), y(t), z(t)) = x(t)\vec{e}_x + y(t)\vec{e}_y + z(t)\vec{e}_z = \vec{r}\,'(t)$$

$$\vec{\upsilon}_{in} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx'}{dt}\vec{e}_x\,' + \frac{dy'}{dt}\vec{e}_y\,' + \frac{dz'}{dt}\vec{e}_z\,' + x'\frac{d\vec{e}_x\,'}{dt} + y'\frac{d\vec{e}_y\,'}{dt} + z'\frac{d\vec{e}_z\,'}{dt} = \vec{\upsilon}_{rot} + \vec{\omega}\times\vec{r}\,' = \vec{\upsilon}_{rot} + \vec{\omega}\times\vec{r}$$

$$\frac{d\vec{e}_x\,'}{dt} = \vec{\omega}\times\vec{e}_x\,' \qquad \frac{d\vec{e}_y\,'}{dt} = \vec{\omega}\times\vec{e}_y\,' \qquad \frac{d\vec{e}_z\,'}{dt} = \vec{\omega}\times\vec{e}_z\,' \qquad \vec{\upsilon}_{in} = \left(\frac{d}{dt}\right)_{in}\vec{r} = \left(\frac{d}{dt}\right)_{rot}\vec{r}\,' + \vec{\omega}\times\vec{r}\,' = \left(\frac{d}{dt}\right)_{rot}\vec{r} + \vec{\omega}\times\vec{r}$$

Die Beschleunigungen sind dann:

$$\vec{a}_{in} = \left(\frac{d}{dt}\right)_{in}\vec{\upsilon}_{in} = \left(\frac{d}{dt}\right)_{in}\left(\vec{\upsilon}_{rot} + \vec{\omega}\times\vec{r}\right) = \left(\frac{d}{dt}\right)_{rot}\vec{\upsilon}_{rot} + \vec{\omega}\times\vec{\upsilon}_{rot} + \vec{\omega}\times\left(\frac{d}{dt}\right)_{rot}\vec{r} + \vec{\omega}\times\left(\vec{\omega}\times\vec{r}\right) =$$

$$= \vec{a}_{rot} + 2\left(\vec{\omega}\times\vec{\upsilon}_{rot}\right) + \vec{\omega}\times\left(\vec{\omega}\times\vec{r}\right)$$

$$\vec{a}_{rot} = \vec{a}_{in} + \vec{a}_{Coriolis} + \vec{a}_{Zentrifugal}$$

Beschleunigungen aus der Sicht des rotierenden Systems

Corioliskraft: $\vec{F}_C = m\vec{a}_C = -2m\left(\vec{\omega}\times\vec{\upsilon}_{rot}\right)$

Zentrifugalkraft: $\vec{F}_Z = m\vec{a}_z = -m\left(\vec{\omega}\times\left(\vec{\omega}\times\vec{r}\right)\right)$

Rotierende Bezugssysteme

1.2 Kinematik, Dynamik, Bezugssysteme

Hurrikan Kathrina, Nordhalbkugel

https://www.weltderphysik.de/gebiet/erde/atmosphaere/wetter/hurrikane/

https://www.planet-schule.de/mm/die-erde/Barrierefrei/pages/Hurrikan_Katrina_verwuestet_US-Kueste_und_New_Orleans.html

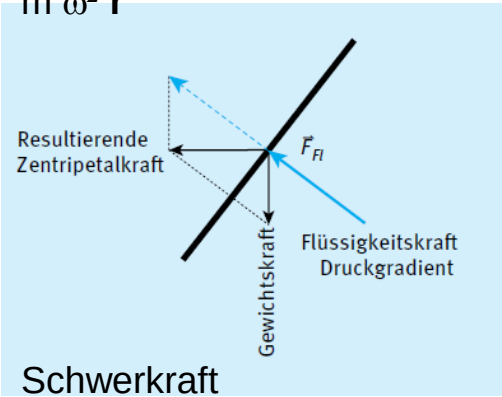
Experiment Drehtisch,

Foucault Pendel

https://orf.at/stories/3013403/

Rotationsparaboloíd

Zentripetalkraft
m ω^2 **r**



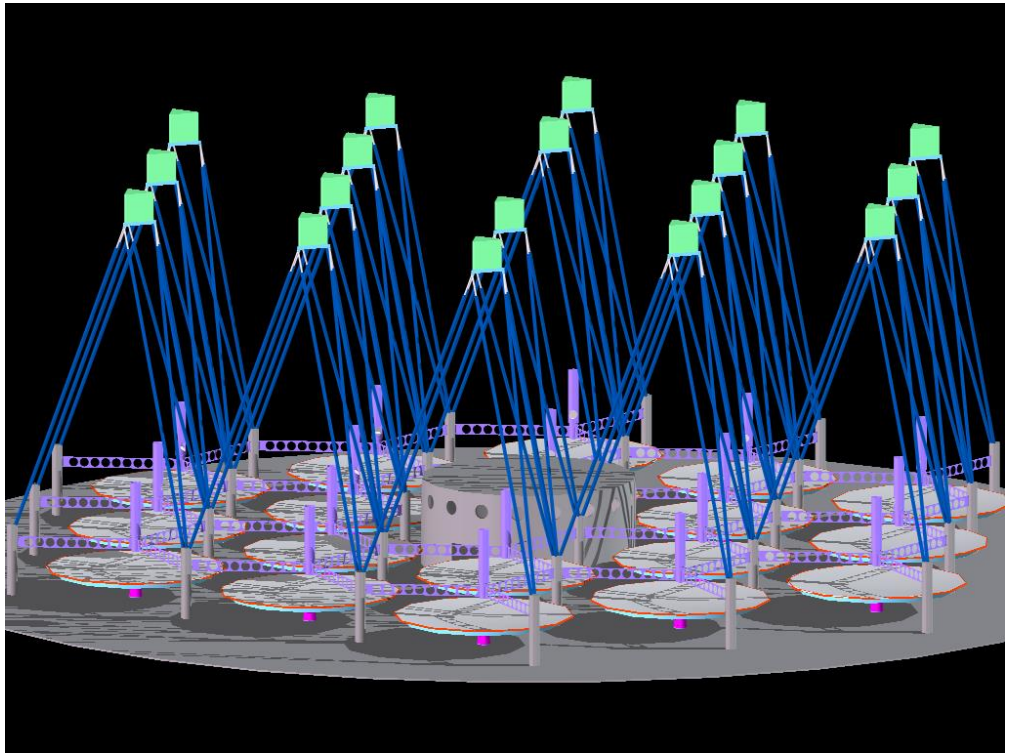
Schwerkraft
m **g**

f'= tan α = ω^2 r/g
also f prop r^2

Herstellung des Spiegels des VLT (very large telescope)
der Europäischen Südsternwerte
http://www.schott.com/magazine/german/info104/si104_01_telescope.html?highlighted_text=vlt

Aus: W. Pfeiler,
Experimentalphysik, Band 1, Seite 57.

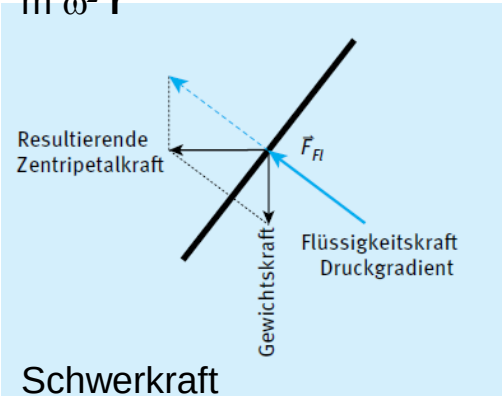
https://www-degruyter-com.uaccess.univie.ac.at/viewbooktoc/product/462782



Projekt: 18 Spiegel, 10m Durchmesser, rotierendes Quecksilber
http://www.astro.ubc.ca/LMT/lama/design.html
Projektierte Kosten: 42 Mill. €

Rotationsparaboloíd

Zentripetalkraft
m ω^2 **r**



Schwerkraft
m **g**

f'= tan α = ω^2 r/g
also f prop r^2

Experiment
Rotierende Flüssigkeit

Aus: W. Pfeiler,
Experimentalphysik, Band 1, Seite 57.

https://www-degruyter-com.uaccess.univie.ac.at/viewbooktoc/product/462782

Scheinkräfte

Zentrifugalkraft $\vec{F}_{Zentrifugal} = -m\ \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r} \right)$

Corioliskraft $\vec{F}_{Coriolis} = -2m \left(\vec{\omega} \times \vec{\upsilon}_{rot} \right)$

Transversalkraft $\vec{F}_{trans} = -m \left(\dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} \right)$

Linearkraft $\vec{F}_{linear} = -m\ \vec{A}_{linear}$

Diskussion/Internet

Erhaltungsgrößen/Teilchensysteme

Die Erhaltungssätze folgen aus den Symmetrien von Zeit und Raum,
also ihrer Homogenität und Isotropie (Emmy Noether, Noether-Theorm:
Erhaltungssätze sind Folgen von Invarianzeigenschaften, i.e Symmetrien).

Energieerhaltung folgt aus der Homogenität der Zeit
Erhaltung des Impulses folgt aus der Homogenität des Raumes
Erhaltung des Drehimpulses folgt aus der Isotropie des Raumes
Erhaltung der Schwerpunktsbewegung erfolgt aus der Invarianz bzgl. Galileo-Transformation

Wird in Theoretischer Physik I behandelt

Potenzielle Energie

$$\vec{F}\,\dot{\vec{r}} = -\mathrm{grad}\,E_{pot}\,\dot{\vec{r}} = -\frac{\partial}{\partial\vec{r}}E_{pot}\frac{d\vec{r}}{dt} = -\frac{d}{dt}E_{pot}$$

Kinetische Energie

$$\frac{d}{dt}E_{kin} = \frac{d}{dt}\frac{1}{2}m\,\dot{\vec{r}}^{\,2} = \frac{1}{2}2m\,\ddot{\vec{r}}\,\dot{\vec{r}} = \vec{F}\,\dot{\vec{r}}$$

zusammen

$$\frac{d}{dt}E_{kin} + \frac{d}{dt}E_{pot} = 0 \quad \text{also} \quad E_{kin} + E_{pot} = \text{const.}$$

Experiment: Energieerhaltung (Riesenpendel)

Erhaltungsgrößen/Teilchensysteme

Erhaltungsgrößen/Teilchensysteme

Impulserhaltung

$$\vec{F} = \dot{\vec{p}} = 0 \rightarrow \vec{p} = \text{constant}$$

Bewegungsgleichung für einen Massenpunkt

$$\frac{d\vec{p}_i}{dt} = \vec{F}_i + \sum_{j \neq i} \vec{F}_{ji}$$

Bewegungsgleichung für ein System von Massenpunkten

$$\sum_i \frac{d\vec{p}_i}{dt} = \sum_i \vec{F}_i + \sum_{i \neq j} \sum_{j \neq i} \vec{F}_{ji} = \sum_i \vec{F}_i$$

3. Newtonsches Axiom

$$\sum_{i \neq j} \sum_{j \neq i} \vec{F}_{ji} = 0$$

Ohne äußere Kräfte ist der Impuls konstant

$$\frac{d}{dt} \sum_i \vec{p}_i = \sum_i \vec{F}_i$$

Experiment: Impulserhaltung (Verniersystem)

Erhaltungsgrößen/Teilchensysteme

Drehimpulserhaltung

$$\vec{D} = \dot{\vec{L}} = 0 \rightarrow \vec{L} = \text{constant}$$

Bewegungsgleichung für ein System von Massenpunkten

$$\sum_i \frac{d\vec{L}_i}{dt} = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{F}_i + \sum_{i \neq j} \sum_{j \neq i} \vec{r}_i \times \vec{F}_{ji}$$

$$\left(\vec{r}_i \times \vec{F}_{ji}\right) + \left(\vec{r}_j \times \vec{F}_{ij}\right) = \left(\vec{r}_i - \vec{r}_j\right) \times \vec{F}_{ji} = 0$$

Ohne äußeres Drehmoment ist der Drehimpuls konstant

$$\frac{d}{dt} \sum_i \vec{L}_i = \sum_i \vec{D}_i$$

Experiment: *Drehimpulserhaltung*
(Drehschemel und drehendes Rad)

Erhaltungsgrößen/Teilchensysteme

Der Schwerpunkt (Massenmittelpunkt) mit dem Ortsvektor

$$\vec{R}_S = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{M}$$

differenziert

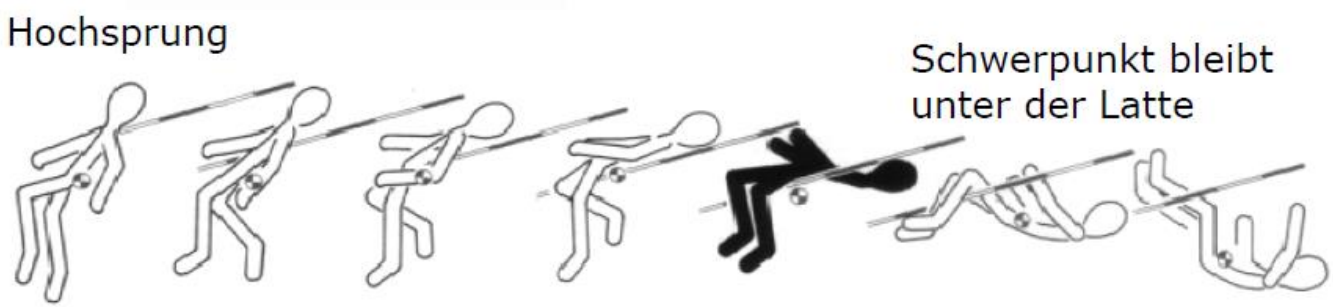
$$M\dot{\vec{R}}_S = \left(\sum_i m_i\right)\dot{\vec{R}}_S = \sum_i m_i \dot{\vec{r}}_i = \sum_i \vec{p}_i$$

und noch einmal differenziert

$$\frac{d}{dt}\left[\left(\sum_i m_i\right)\dot{\vec{R}}_S\right] = \frac{d}{dt}\sum_i \dot{\vec{p}}_i = \sum_i \vec{F}_i$$

Wenn keine äußeren Kräfte wirken, bleibt die Geschwindigkeit des Schwerpunkts erhalten.

Gelegentlich kann man den Schwerpunkt austricksen (Fosbury Flop) https://de.wikipedia.org/wiki/Dick_Fosbury



Aus: https://pawn.physik.uni-wuerzburg.de/einfuehrung/WS0506/vorlesung_WS0506.html

Stossprozesse/Streuvorgänge

Ortsvektor des Schwerpunkts

$$\vec{R}_S = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$$

Geschwindigkeit des Schwerpunkts

$$\vec{V} = \dot{\vec{R}}_S = \frac{m_1 \vec{\upsilon}_1 + m_2 \vec{\upsilon}_2}{m_1 + m_2}$$

reduzierte Masse

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}\,'_1 + \vec{p}\,'_2$$

Impulserhaltung

$$\frac{p_1^{\,2}}{2m_1} + \frac{p_2^{\,2}}{2m_2} = \frac{p'^{\,2}_1}{2m_1} + \frac{p'^{\,2}_2}{2m_2} + Q$$

Energieerhaltung

Elastischer Stoß: $Q = 0$

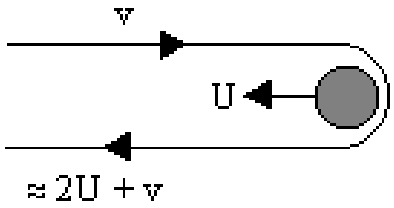
Inelastischer Stoß: $Q \neq 0$

Experiment: Kugelkette
Elastischer Stoß, inelastischer Stoß
(Vernier-System)

Gravitational slingshot (swing-by)

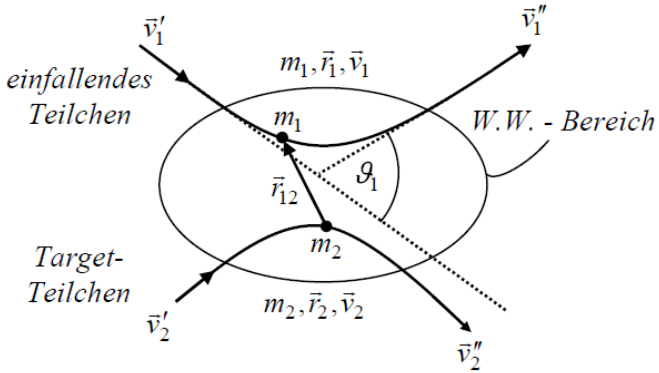
Beschleunigung mit Hilfe von Planeten
Zur Herleitung siehe folgende homepage

https://www.mathpages.com/home/kmath114/kmath114.htm



Numerische Rechnung: *gravitationalslingshot.nb*

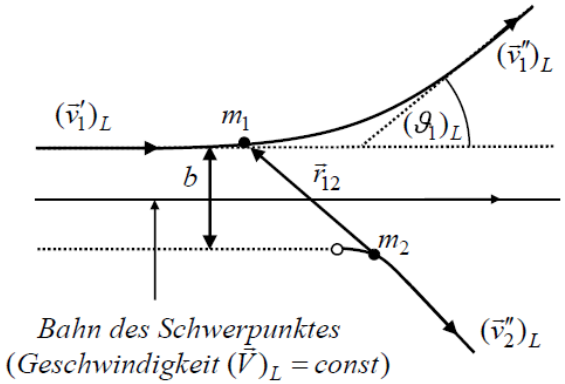
Stossprozesse/Streuvorgänge



Aus: P. Wagner et al.,
Einführung in die Physik, Seite 82.

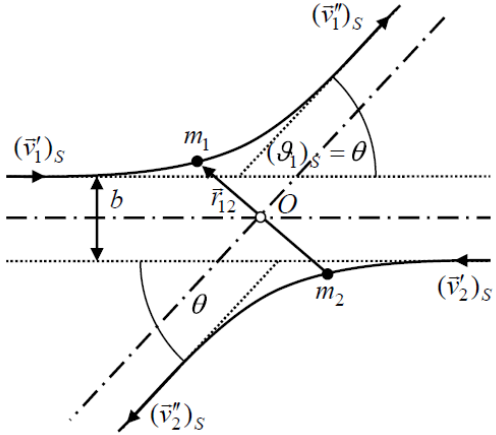
https://content-select.com/media/moz_viewer/519cc503-35bc-4cc9-8526-290f5dbbeaba/language:de

Beliebiges Bezugssystem



Ibid., Seite 83.

Laborsystem $\vec{\upsilon}_2 = 0$



Ibid., Seite 84.

Schwerpunktsystem $\vec{\upsilon}_s = 0$

Stossprozesse/Streuvorgänge

reduzierte Masse

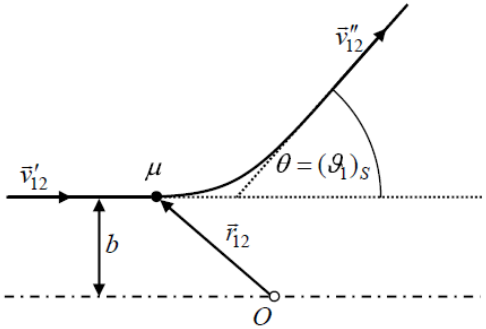
$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

Bewegungsgleichung

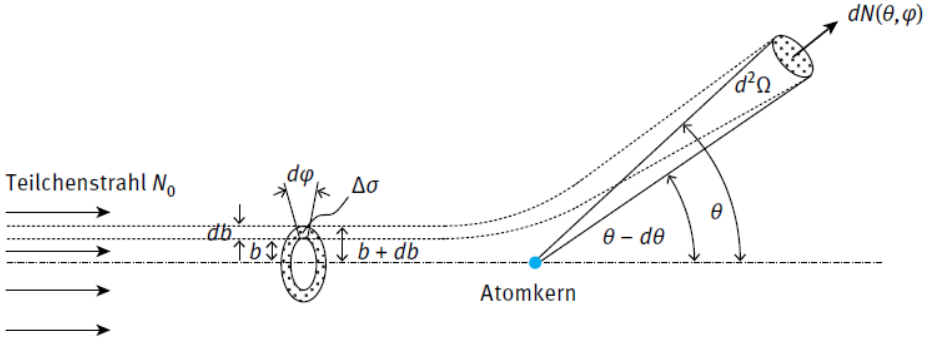
$$\vec{F}_{21} = \mu \frac{d^2 \vec{r}_{12}}{dt^2}$$

Aus: P. Wagner et al.,
Einführung in die Physik, Seite 90.

https://content-select.com/media/moz_viewer/519cc503-35bc-4cc9-8526-290f5dbbeaba/language:de



Rutherford-Streuung
(Atomkerne) mit Streuwinkel θ,
Kernladungszahl Z, Elementarladung e,
elektrische Feldkonstante ε_0, Energie E
und Stoßparameter (Streulänge) b.



Aus: W. Pfeiler,
Experimentalphysik, Band 1, Seite 121.

https://www-degruyter-com.uaccess.univie.ac.at/viewbooktoc/product/462782

Gemessen werden meist Intensitäten, d.h. die Anzahl der Teilchen, die in einem Raumwinkel Ω auftreffen: $\frac{d\sigma}{d\Omega}$

Rutherfordsche Streuformel für den differentiellen Wirkungsquerschnitt von α-Teilchen am Atomkern

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Ze^2}{2E_\alpha} \right) \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$